MCMCからのベイズ

SAS Forum ユーザー会 学術総会 2005
2005年7月29日

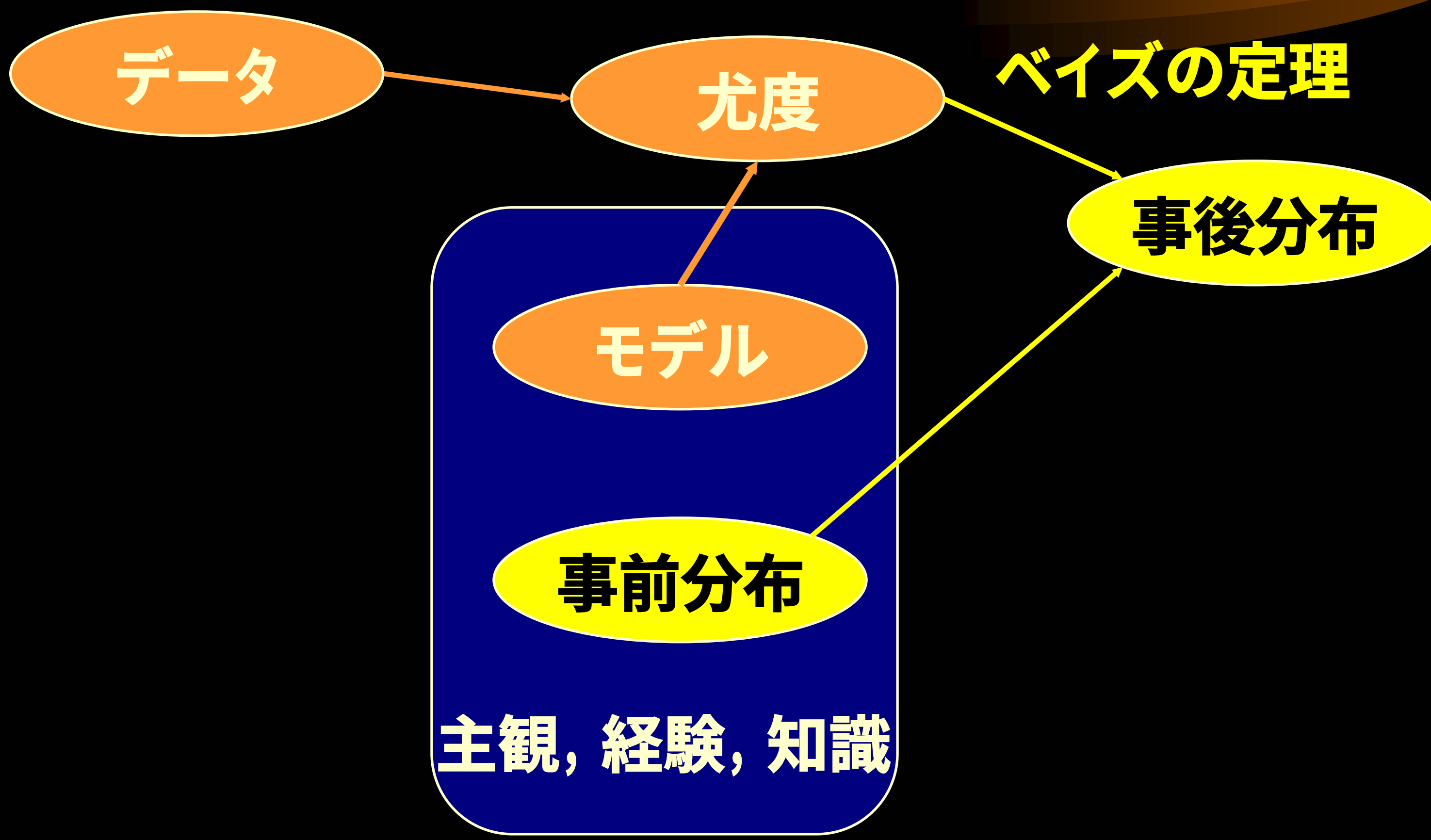
塩野義製薬 (株)
町田光陽, 長谷川貴大, 田崎武信

ご紹介内容

→　1．ベイズ統計のMCMCとの出会い

　　2．ベイズ統計が登場する応用論文の読みかた

ベイズ統計学



ベイズの定理

$$p(\theta \mid x) = \frac{p(x \mid \theta)\, p(\theta)}{\int p(x \mid \theta)\, p(\theta) d\theta}$$

$p(x \mid \theta)$は統計学一般で利用される密度である．θ についての関数としてとらえると尤度にあたる．

右辺の$p(\theta)$ は事前 (データがとられる前の) 確率密度とよばれる．これはベイズ統計学でのみ登場する．

左辺の $p(\theta \mid x)$ は事後確率密度とよばれる．

★パラメタ θ はベクトルである．
ベイズ統計学はパラメタが超多いときにその威力を発揮する．

パラメタが複数の場合

パラメタ $(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$

同時事後分布 (多次元分布)

(事前分布でパラメタは独立と仮定しても)

$$p(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k \mid x) = \frac{p(x \mid \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)\, p(\theta_1) \ldots p(\theta_k)}{\int \ldots \int p(x \mid \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)\, p(\theta_1) \ldots p(\theta_k)\, d\theta_1 \ldots d\theta_k}$$

特定のパラメタについての周辺事後分布 (1次元分布)

$$p(\theta_1 \mid x) = \int \ldots \int p(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k \mid x)\, d\theta_2 \ldots d\theta_k$$

厄介な積分消去計算 (integrate out) が必要

パラメタが複数の場合

同時事後分布 (多次元分布) から直接乱数を生成できれば

周辺の分布も積分計算なしでわかる.

MCMC (マルコフ連鎖モンテカルロ)

複雑な多次元分布から乱数を発生させる方法

MCMCの代表的なもの

Metropolis-Hastingsアルゴリズム

密度関数 $\pi(\cdot)$ をもつ分布に従う乱数を生成する Metropolis-Hastingsアルゴリズム

- 初期値を $x^{(0)}$ とする．
- $j=1,2,..,N$ について以下を繰り返す．

1．$q(x^{(j-1)},\cdot)$ から y, $U(0,1)$ から u を生成する．

2．$u \le \alpha(x^{(j-1)},y)$ であれば，$x^{(j)}=y$ とおく．

ここに，$\alpha(x^{(j-1)},y)=\min\left\{1,\dfrac{\pi(y)q(y,x^{(j-1)})}{\pi(x^{(j-1)})q(x^{(j-1)},y)}\right\}$ である（数学的に厳密な表現はあえて避けた）．

3．そうでなければ $x^{(j)}=x^{(j-1)}$ とおく．

- 結果 $\{x^{(1)},x^{(2)},...,x^{(N)}\}$ を得る．

このアルゴリズムは候補発生密度 $q(x^{(j-1)},\cdot)$ により特定される．

Chib,S. and Greenberg,E.(1995).Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm, *The American Statistician*,49,327-335.

事後密度 $p_{posterior}(\theta \mid x) = \dfrac{p(x \mid \theta)p_{prior}(\theta)}{\int p(x \mid \theta)p_{prior}(\theta)d\theta}$ をもつ分布に従う乱数を生成したい．

このときMetropolis-Hastingsアルゴリズムが利用できる．

- 初期値を$\theta^{(0)}$ とする．
- $j = 1,2,..,N$ について以下を繰り返す．

1．$q(\theta^{(j-1)},\cdot)$から $\theta^{candidate}$，$U(0,1)$ から u を生成する．

2．$u \le \alpha(\theta^{(j-1)},\theta^{candidate})$ であれば，$\theta^{(j)} = \theta^{candidate}$ とおく．

ここに，$\alpha(\theta^{(j-1)},\theta^{candidate}) = \min\left\{1, \dfrac{p(x \mid \theta^{candidate})p_{prior}(\theta^{candidate})q(\theta^{candidate},\theta^{(j-1)})}{p(x \mid \theta^{(j-1)})p_{prior}(\theta^{(j-1)})q(\theta^{(j-1)},\theta^{candidate})}\right\}$である．

3．そうでなければ$\theta^{(j)} = \theta^{(j-1)}$とおく．

事後密度の規格化定数
(分母の積分の項)
が必要でない．

- 結果 $\left\{\theta^{(1)},\theta^{(2)},\ldots,\theta^{(N)}\right\}$を得る．

このアルゴリズムは候補発生密度 $q(\theta^{(j-1)},\cdot)$ により特定される．

Metropolis-Hastingsアルゴリズムを利用する際の注意点

Metropolis-Hastingsアルゴリズムで, $\theta^{candidate}$ はベクトルであってもよい. しかし, $\theta^{candidate}$がベクトルであれば, 現実に, $q(\theta^{(j-1)},\cdot)$ から $\theta^{candidate}$ を直接生成する, というステップが可能になる例は少ないはずである.

したがって, Metropolis-Hastingsアルゴリズムを利用するためには, $\theta^{candidate}$ をスカラーのように扱う工夫が必要である.

MCMCの代表的なもの

Metropolis-Hastingsアルゴリズム

$\theta^{candidate}$をスカラのように扱う工夫

1．Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズム

2．Gibbsサンプリング

θ がベクトル (θ_1, θ_2) の場合，事後密度 $p_{posterior}(\theta \mid x)$ をもつ分布に従う乱数を生成したい．

θ_1, θ_2 の事前分布はそれぞれ独立，すなわち

$$p_{prior}(\theta_1, \theta_2) = p_{prior}(\theta_1)\, p_{prior}(\theta_2)$$

と仮定する．このとき同時事後密度は，

$$p_{posterior}(\theta_1, \theta_2 \mid x) = \frac{p(x \mid \theta_1, \theta_2)\, p_{prior}(\theta_1)\, p_{prior}(\theta_2)}{\int\int p(x \mid \theta_1, \theta_2)\, p_{prior}(\theta_1)\, p_{prior}(\theta_2)\, d\theta_1 d\theta_2}$$

となる．

Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズムを利用する場合

- 初期値を$\begin{pmatrix}\theta_1^{(0)}\\ \theta_2^{(0)}\end{pmatrix}$とする.

- $j=1,2,..,N$ について以下を繰り返す.

1．$\theta_1^{(j)}$ を発生させる.

(1) $q_1\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(j-1)}\\ \theta_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$からθ$_1^{candidate}$，$U(0,1)$ からu を発生する.

(2) $u \le \alpha_1(\theta_1^{(j-1)},\theta_1^{candidate})$ であれば，$\theta_1^{(j)}=\theta_1^{candidate}$ とおく.

ここに，$\alpha_1(\theta_1^{(j-1)},\theta_1^{candidate}) = \min\left\{1,\ \dfrac{\boxed{p_{posterior}(\theta_1^{candidate}\mid x,\theta_2^{(j-1)})}\, q_1\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{candidate}\\ \theta_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\theta_1^{(j-1)}\right\}}{\boxed{p_{posterior}(\theta_1^{(j-1)}\mid x,\theta_2^{(j-1)})}\, q_1\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(j-1)}\\ \theta_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\theta_1^{candidate}\right\}}\right\}$ である.

フルの条件付き事後分布の密度関数

(数学的に厳密な表現はあえて避けた)．

(3) そうでなければ $\theta_1^{(j)}=\theta_1^{(j-1)}$ とおく.

2．$\theta_2^{(j)}$ を発生させる．

(1) $q_2\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(j)}\\ \theta_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$ から $\theta_2^{candidate}$，$U(0,1)$ から　u を発生する．

(2) $u \le \alpha(\theta_2^{(j-1)},\theta_2^{candidate})$ であれば，$\theta_2^{(j-1)}=\theta_2^{candidate}$ とおく．

ここに，$\alpha_2(\theta_2^{(j-1)},\theta_2^{candidate})=\min\left\{1,\dfrac{\boxed{p_{posterior}(\theta_2^{candidate}\mid x,\theta_1^{(j)})}\,q_2\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(j)}\\ \theta_2^{candidate}\end{pmatrix},\theta_2^{(j-1)}\right\}}{\boxed{p_{posterior}(\theta_2^{(j-1)}\mid x,\theta_1^{(j)})}\,q_2\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(j)}\\ \theta_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\theta_2^{candidate}\right\}}\right\}$ である．

(数学的に厳密な表現はあえて避けた)．

フルの条件付き事後分布の密度関数

(3) そうでなければ $\theta_2^{(j)}=\theta_2^{(j-1)}$ とおく．

・結果 $\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(1)}\\ \theta_2^{(1)}\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\theta_1^{(2)}\\ \theta_2^{(2)}\end{pmatrix},\ldots,\begin{pmatrix}\theta_1^{(N)}\\ \theta_2^{(N)}\end{pmatrix}\right\}$ を得る．

このアルゴリズムは候補発生密度 $q_1\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(\cdot)}\\ \theta_2^{(\cdot)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$ と $q_2\left\{\begin{pmatrix}\theta_1^{(\cdot)}\\ \theta_2^{(\cdot)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$ により特定される．

フルの条件付き分布を利用することの正当性

$$\boxed{\frac{p_{posterior}\left(\theta_1^{candidate},\theta_2^{(j-1)}\mid x\right)}{p_{posterior}\left(\theta_1^{(j-1)},\theta_2^{(j-1)}\mid x\right)}}=\frac{\dfrac{p\left(x\mid\theta_1^{candidate},\theta_2^{(j-1)}\right)p_{prior}\left(\theta_1^{candidate}\right)p_{prior}\left(\theta_2^{(j-1)}\right)}{\iint p\left(x\mid\theta_1,\theta_2\right)p_{prior}\left(\theta_1\right)p_{prior}\left(\theta_2\right)d\theta_1 d\theta_2}}{\dfrac{p\left(x\mid\theta_1^{(j-1)},\theta_2^{(j-1)}\right)p_{prior}\left(\theta_1^{(j-1)}\right)p_{prior}\left(\theta_2^{(j-1)}\right)}{\iint p\left(x\mid\theta_1,\theta_2\right)p_{prior}\left(\theta_1\right)p_{prior}\left(\theta_2\right)d\theta_1 d\theta_2}}$$

θ_1 と θ_2 の同時事後密度の比

$$=\frac{p\left(x\mid\theta_1^{candidate},\theta_2^{(j-1)}\right)p_{prior}\left(\theta_1^{candidate}\right)}{p\left(x\mid\theta_1^{(j-1)},\theta_2^{(j-1)}\right)p_{prior}\left(\theta_1^{(j-1)}\right)}$$

$$=\boxed{\frac{p_{posterior}\left(\theta_1^{candidate}\mid x,\theta_2^{(j-1)}\right)}{p_{posterior}\left(\theta_1^{(j-1)}\mid x,\theta_2^{(j-1)}\right)}}$$

θ_2 に条件付きの θ_1 の事後密度の比

(θ_1 についてのフルの条件付き事後密度の比)

フルの条件付き事後分布の密度関数の導出

$$p_{posterior}(\theta_1 \mid x, \theta_2) = \frac{p_{posterior}(\theta_1, \theta_2 \mid x)}{\int p_{posterior}(\theta_1, \theta_2 \mid x) d\theta_1}$$

$$= \frac{p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1) p_{prior}(\theta_2)}{\int p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1) p_{prior}(\theta_2) d\theta_1}$$

$$= \frac{p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1) p_{prior}(\theta_2)}{p_{prior}(\theta_2) \int p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1) d\theta_1}$$

$$= \frac{p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1)}{\boxed{\int p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1) d\theta_1}}$$

$$\propto p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_1)$$

$p_{prior}(\theta_1, \theta_2) = p_{prior}(\theta_1) p_{prior}(\theta_2)$ のとき

α_1 を計算する際に約分されるのでこの積分は必要ない.

尤度関数と θ_1 の事前密度の積に比例する.
これは, θ_1 と θ_2 の事前分布を独立と仮定したためである.

同様に,

$$p_{posterior}(\theta_2 \mid x, \theta_1) \propto p(x \mid \theta_1, \theta_2) p_{prior}(\theta_2)$$

あるパラメタの, 他のすべてのパラメタに条件付きの分布は**フルの条件付き分布**とよばれる.

Gibbsサンプリングの位置づけと特徴 (1/2)

＜Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズムとの関係＞

Gibbsサンプリングは Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズムでの候補発生分布にフルの条件付き分布を設定した場合に相当する.

＜Gibbsサンプリングの長所＞

移動確率 α が必ず1になるため, 手順が簡単でかつサンプリング効率がよい方法である.

Gibbsサンプリングを利用する場合

- 初期値を $\begin{pmatrix} \theta_1^{(0)} \\ \theta_2^{(0)} \end{pmatrix}$ とする.
- $j = 1, \ldots, N$ について以下を繰り返す.

1. $p_{posterior}(\cdot \mid x, \theta_2^{(j-1)})$ から $\theta_1^{(j)}$ を発生させる.
2. $p_{posterior}(\cdot \mid x, \theta_1^{(j)})$ から $\theta_2^{(j)}$ を発生させる.

結果 $\left\{ \begin{pmatrix} \theta_1^{(1)} \\ \theta_2^{(1)} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \theta_1^{(2)} \\ \theta_2^{(2)} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \theta_1^{(N)} \\ \theta_2^{(N)} \end{pmatrix} \right\}$ を得る.

Gibbsサンプリングの位置づけと特徴 (2/2)

＜Gibbsサンプリングの短所＞

フルの条件付き事後分布に従う乱数を発生させる必要がある.

フルの条件付き分布から乱数を直接発生させることが困難な場合は, 棄却サンプリングなどを利用することが考えられる.

棄却サンプリングなどを利用してもフルの条件付き分布に従う乱数を生成することが困難な場合は, 他の手法に頼らざるをえないと考えられる.

MCMCがベイズ統計の世界を広げた

積分に頼るベイズ統計

積分を楽にするために
共役事前分布が考え出されて
いるものの

MCMC

事後分布のシミュレーション

事例：2変量正規分布のシミュレーション

Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズムによる，平均ベクトル$\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$，

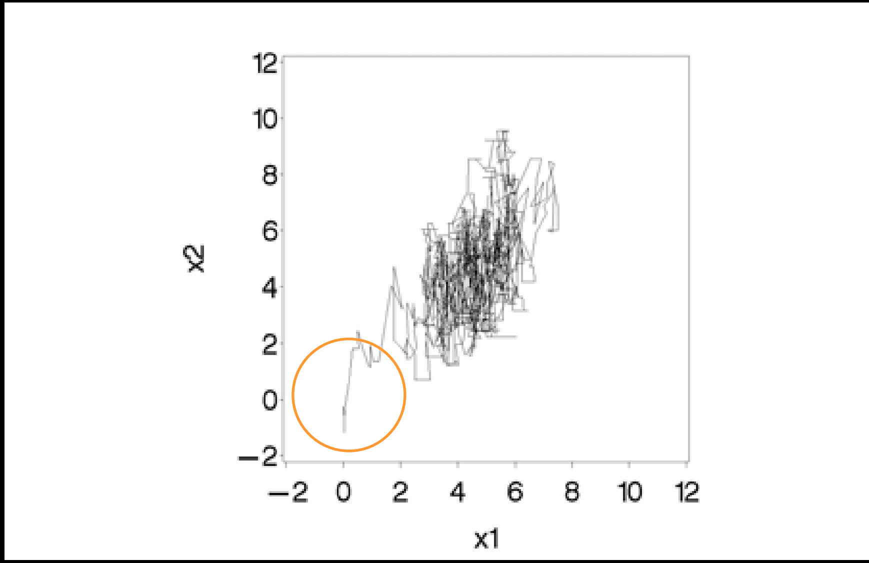
分散共分散行列$\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$をもつ2変量正規分布からのサンプリング

（設定）　初期値$\begin{pmatrix}x_1^{(0)}\\x_2^{(0)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

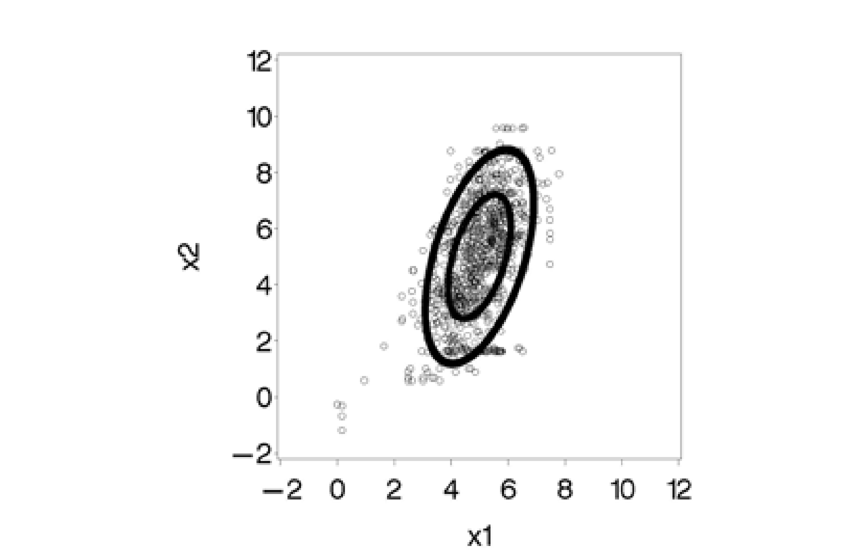
$q_1\left\{\begin{pmatrix}x_1^{(j-1)}\\x_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$は，平均$x_1^{(j-1)}$，標準偏差1の正規分布

$q_2\left\{\begin{pmatrix}x_1^{(j)}\\x_2^{(j-1)}\end{pmatrix},\cdot\right\}$は，平均$x_2^{(j-1)}$，標準偏差1の正規分布

最初の1000回の点の軌跡



点と発生させたい2変量正規分布の等高線



SASプログラム例: Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズム

初期値の設定

$x_1^{(j)}$ の生成

$x_2^{(j)}$ の生成

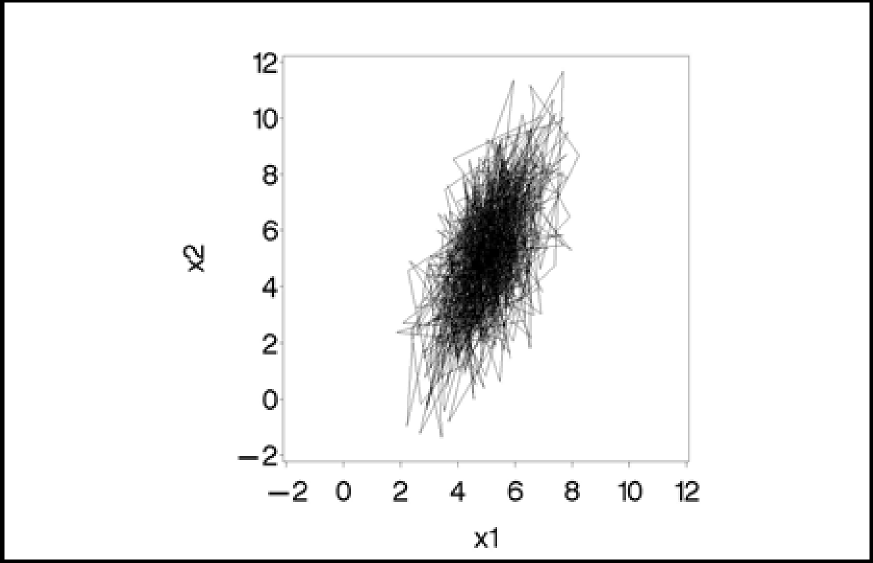
```
%MACRO SCMH(INI_X1=0,INI_X2=0,ITERATE=1000,MYU1=5,MYU2=5,S11=1,S12=1,S22=4);
DATA SCMH;
  x1=&INI_X1.;
  x2=&INI_X2.;
  do i=1 to &ITERATE.;
    X1_CAND=rannor(11111)+X1;
    U1=ranuni(22222);
    alpha1 = exp(-1*(X1_CAND-(&MYU1.+&S12./&S22.*(X2-&MYU2.)))**2/(2*(&S11.-&S12.**2/&S22.))) /
             exp(-1*(X1     -(&MYU1.+&S12./&S22.*(X2-&MYU2.)))**2/(2*(&S11.-&S12.**2/&S22.)));
    if U1<alpha1 then X1=X1_CAND;

    X2_CAND=rannor(33333)+X2;
    U2=ranuni(44444);
    alpha2 = exp(-1*(X2_CAND-(&MYU2.+&S12./&S11.*(X1-&MYU1.)))**2/(2*(&S22.-&S12.**2/&S11.))) /
             exp(-1*(X1     -(&MYU2.+&S12./&S11.*(X1-&MYU1.)))**2/(2*(&S22.-&S12.**2/&S11.)));
    if U2<alpha2 then X2=X2_CAND;
    output;
  end;
run;
%MEND;
```

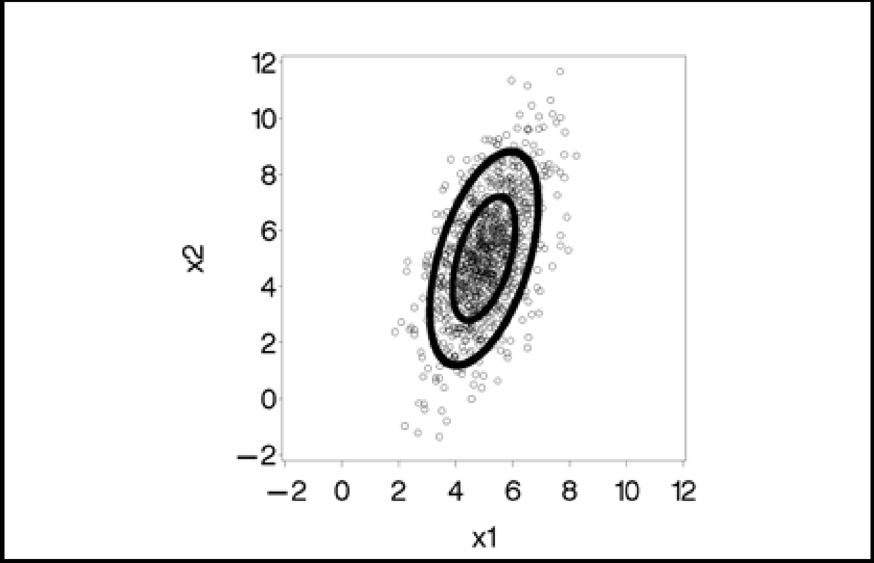
Gibbsサンプリングによる, 平均ベクトル$\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$, 分散共分散行列$\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$をもつ2変量正規分布からのサンプリング

（設定）　初期値 $\begin{pmatrix}x_1^{(0)}\\x_2^{(0)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

最初の1000回の点の軌跡



点と発生させたい2変量正規分布の等高線



SASプログラム例: Gibbsサンプリング

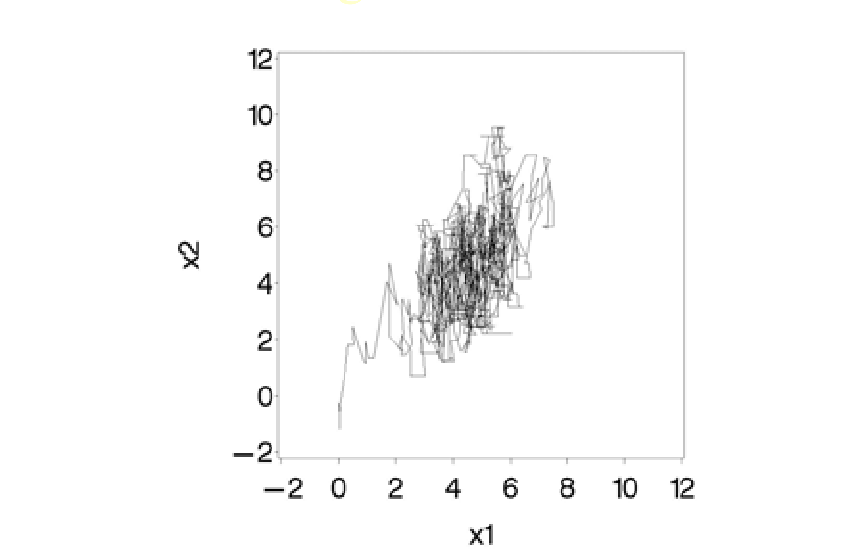
```
%MACRO GIBBS(INI_X1=0,INI_X2=0,ITERATE=1000,MYU1=5,MYU2=5,S11=1,S12=1,S22=4);
DATA GIBBS;
  x1=&INI_X1.;
  x2=&INI_X2.;
  do i=1 to &ITERATE.;
    X1=rannor(11111)*(&S11.-&S12.**2/&S22.)**0.5+(&MYU1.+&S12./&S22.*(X2-&MYU2.));
    X2=rannor(22222)*(&S22.-&S12.**2/&S11.)**0.5+(&MYU2.+&S12./&S11.*(X1-&MYU1.));
    output;
  end;
run;
%MEND GIBBS;
```

初期値の設定

$x_1^{(j)}$ の生成

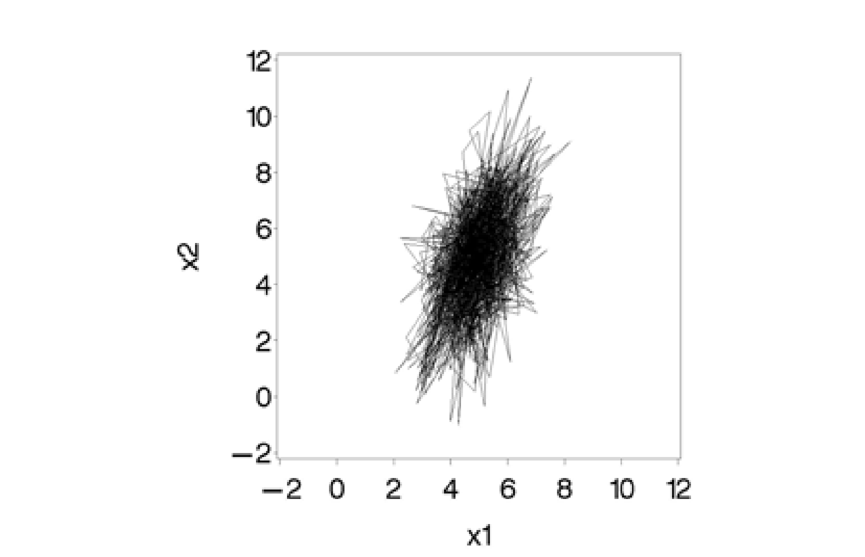
$x_2^{(j)}$ の生成

Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズム

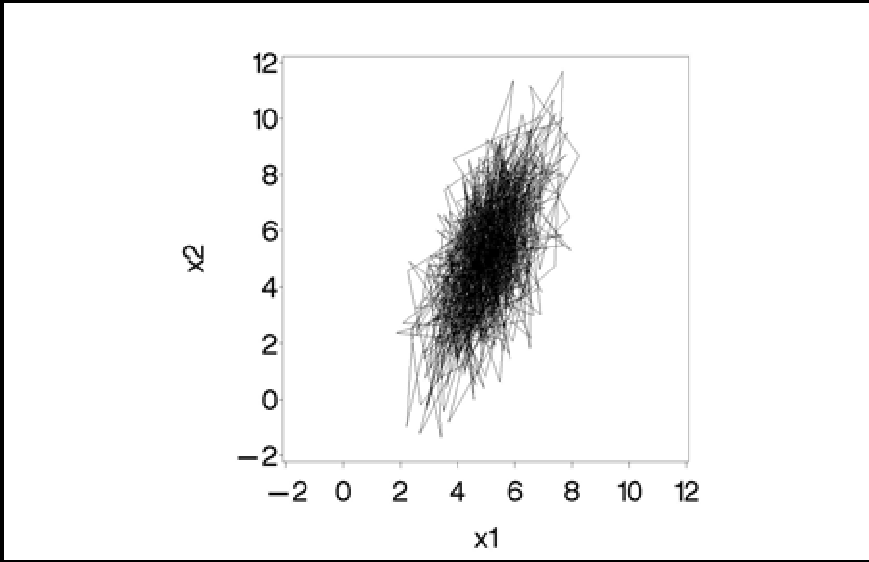


最初の1000回の点の軌跡の比較

従来法（コレスキー分解の応用）



Gibbsサンプリング



ご紹介内容

1．ベイズ統計のMCMCとの出会い

→　2．ベイズ統計が登場する応用論文の読みかた

ベイズ統計が登場する応用論文を読むためのコツ（1/2）

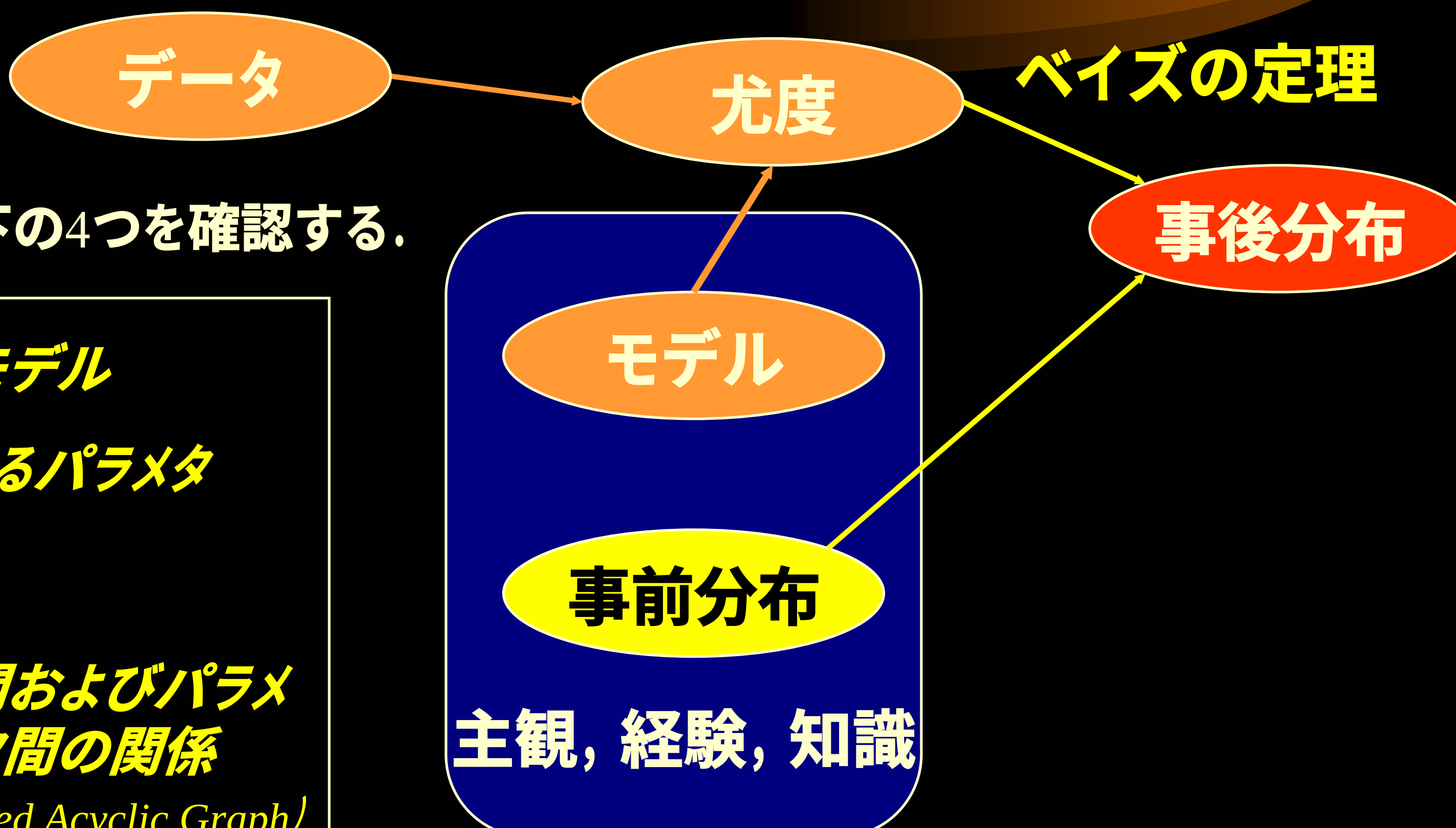
Ⅰ．まずは以下の4つを確認する．

1．データとモデル

2．興味のあるパラメタ

3．事前分布

4．パラメタ間およびパラメタとデータ間の関係
DAG（Directed Acyclic Graph）



丹後(2000)での応用事例

1. データ (毒性試験)

Log_{10}(用量)	標本サイズ	死亡数
1.691	59	4
1.724	60	10
1.755	62	19
1.784	56	31
1.811	63	52
1.837	59	53
1.861	62	60
1.844	60	60

第 k 用量の常用対数変換値…d_k

d_k を標準化した値… x_k

第 k 用量における動物数… n_k

第 k 用量における死亡数… m_k

第 k 用量における死亡率… θ_k

モデル

第 k 用量における死亡数 m_k に二項分布 $Binomial\ (\theta_k, n_k)$ を仮定し,

ロジスティック回帰モデル $\log\frac{\theta_k}{1-\theta_k} = \alpha + \beta x_k$ をあてはめる.

2. 興味のあるパラメタ

α , β

3. 事前分布

α に正規分布 $N(0, 1^2)$ を設定する.

β に正規分布 $N(0, 3^2)$ を設定する.

4．パラメタ間およびパラメタとデータ間の関係

❐ DAG (Directed Acyclic Graph) に描くと頭の整理になる．

用量の常用対数変換値 d_k を基準化した値を x_k とする．

$$\begin{cases} m_k \sim Binomial\ (\theta_k, n_k) \\ \log\dfrac{\theta_k}{1-\theta_k} = \alpha + \beta x_k \end{cases}$$

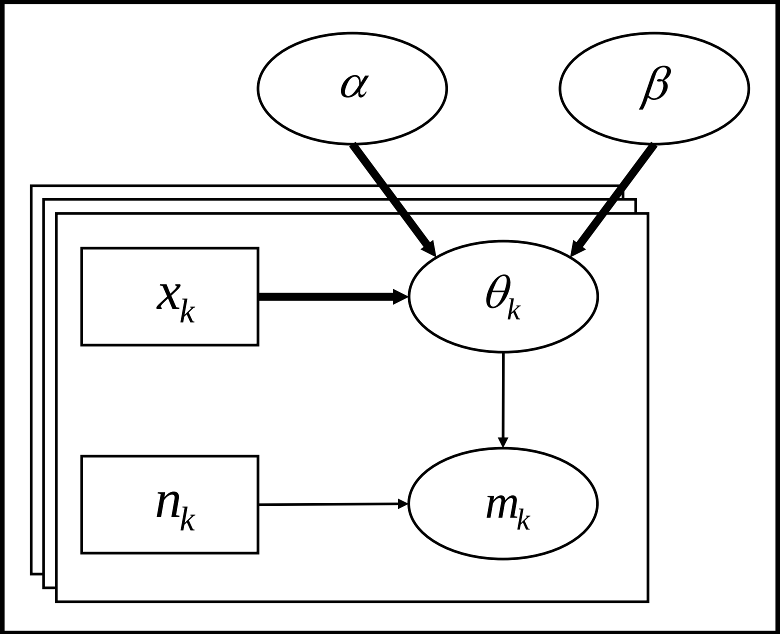
α の事前分布

$$\alpha \sim N(0, 1^2)$$

β の事前分布

$$\beta \sim N(0, 3^2)$$

DAG



固定定数

観測される変数 (データ)

観測されない変数

確率的な依存関係

論理的な関数

SASプログラム例(骨子)

Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズム

```
%macro SCMH(inia,inib,itera,sigma,sigmb);
data mcmc;
 set datset2;
 array xx{*} x1-x8;
 array nn{*} n1-n8;
 array mm{*} m1-m8;
 array xstd{*} x_std1-x_std8;
 alpha=&inia; beta=&inib;
```

初期値の設定

```
 do iii=1 to &itera;
  y_a=rannor(1111)*sqrt(&sigma);
  bunbo=0;bunsi=0;
  do i=1 to 8;
   com=gamma(nn(i)+1)/(gamma(mm(i)+1)*gamma(nn(i)-mm(i)+1));
   aa1=(1+exp(y_a+beta*xstd(i)))**nn(i);
   aa2=exp(mm(i)*(y_a+beta*xstd(i)));
   bunsi=bunsi+log(com*aa2/aa1);
   bb1=(1+exp(alpha+beta*xstd(i)))**nn(i);
   bb2=exp(mm(i)*(alpha+beta*xstd(i)));
   bunbo=bunbo+log(com*bb2/bb1);
  end;
  alpr_a=exp(bunsi-bunbo);
  uniran=ranuni(2222);
  if uniran<=alpr_a then alpha=y_a;
```

$\alpha^{(j)}$ の生成

```
  y_b=rannor(3333)*sqrt(&sigmb);
  bunbo=0;bunsi=0;
  do i=1 to 8;
   com=gamma(nn(i)+1)/(gamma(mm(i)+1)*gamma(nn(i)-mm(i)+1));
   aa1=(1+exp(alpha+y_b*xstd(i)))**nn(i);
   aa2=exp(mm(i)*(alpha+y_b*xstd(i)));
   bunsi=bunsi+log(com*aa2/aa1);
   bb1=(1+exp(alpha+beta*xstd(i)))**nn(i);
   bb2=exp(mm(i)*(alpha+beta*xstd(i)));
   bunbo=bunbo+log(com*bb2/bb1);
  end;
  alpr_b=exp(bunsi-bunbo);
  uniran=ranuni(4444);
  if uniran<=alpr_b then beta=y_b;
```

$\beta^{(j)}$ の生成

```
  output;
  end;
 run;
%mend SCMH;
```

ベイズ統計が登場する応用論文を読むためのコツ (2/2)

II．次に以下を確認する．

MCMCを利用

NO → 確認内容：共役事前分布の利用 → NO → 積分の得意な人に頼る

YES ↓

BUGS or SAS(BUGS以外)

BUGS → 確認内容

1．Gibbsサンプリング(自明)

2．フルの条件付き事後分布

3．Burn-in回数と収束後のサンプリング回数

SAS(BUGS以外) ↓ 確認内容

1．MCMCアルゴリズム (詳細確認)

2．フルの条件付き事後分布 (パラメタが複数個ある場合)

3．Burn-in回数と収束後のサンプリング回数

BUGS：ベイズ統計の考えに基づく計算を行うフリーのソフトウエア

共役事前分布

尤度関数	事前分布		事後分布
二項分布	ベータ分布	→	ベータ分布
正規分布（σが既知）	正規分布	→	正規分布
指数分布	ガンマ分布	→	ガンマ分布
ポアソン分布	ガンマ分布	→	ガンマ分布

同じ分布族

共役事前分布

参考文献：デビッド・ヴォース(長谷川 専, 堤 盛人 訳)(2003). 入門リスク分析. 勁草書房.

代表的なMCMCアルゴリズム：確認すべき内容

MCMC(BUGS以外)を利用している場合
利用アルゴリズムと以下の内容を確認する．

MCMCアルゴリズム	確認内容
Metropolis-Hastings アルゴリズム	候補発生分布
Single Component Metropolis-Hastingsアルゴリズム	候補発生分布 フルの条件付き分布
Gibbsサンプリング	フルの条件付き分布 フルの条件付き分布からの1変量乱数発生方法

最後に

アブストラクト提出時には以下の節構成で発表させていただく予定でしたが，今回は時間の都合もあり，我々が最も関心を抱いている 1 と 4 のみの報告とさせていただきました．

１．ベイズ統計とMCMC
２．ベイズ統計で最尤推定
３．ベイズ統計と混合効果モデルの関係
４．ベイズ論文の読み方
５．医薬品の有効性・安全性評価におけるベイズ統計

特に 5 の，ベイズ統計を利用した医薬品の評価については今後注目していきたいと考えています．