



統計的因果推論の基礎

○矢田 真城^{1*} 魚住龍史²

¹エイツーヘルスケア株式会社 生物統計部第1部

²京都大学大学院医学研究科 医学統計生物情報学

Introduction to statistical causal inference

Shinjo Yada^{1*} and Ryuji Uozumi²

¹ *A2 Healthcare Corporation*

² *Kyoto University Graduate School of Medicine*

**email: yada-s@a2healthcare.com*

要旨:

因果推論のうち、潜在的な反応変数に基づく因果効果の推定に焦点をあて、傾向スコアを用いた解析方法、IPW推定量、二重ロバスト推定量について簡単に説明する。

また、媒介分析として、潜在反応モデルに基づいて因果効果を直接効果と間接効果に分解する方法について説明する。

キーワード:

因果推論, 潜在的な反応, 傾向スコア, IPW, 二重ロバスト推定, 媒介分析, 直接効果, 間接効果, 効果の分解, 間接効果の指標

- 因果推論の基礎
 - 統計的因果推論の枠組み
 - 2つのメインストリーム
 - 因果効果の推定
- Causal mediation analysis
 - 直接効果と間接効果
 - 効果の分解
 - 間接効果を計る指標

- 因果推論の基礎
 - 統計的因果推論の枠組み
 - 2つのメインストリーム
 - 因果効果の推定
- Causal mediation analysis
 - 直接効果と間接効果
 - 効果の分解
 - 間接効果を計る指標

因果関係の評価

- 因果関係を評価すること

興味のある現象が何によって起こるのかを知るために、ある行動をとったことが「原因」で引き起こされる「結果」に対して、原因と結果との関係を確立させたい。



- 統計的因果推論

ある事柄(原因)が、生じる効果(結果)にどの程度影響を及ぼしているかを、統計データを通して定量的に評価する方法論を提供する

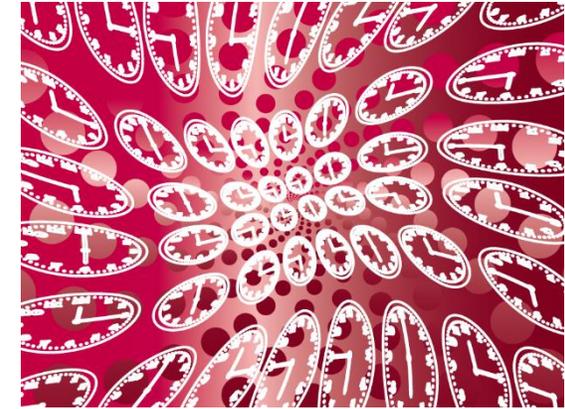
岩崎 (2015) 統計的因果推論

因果推論の枠組み

- 近年の統計的因果推論

「もし～であったとしたら」

岩波データサイエンス刊行委員会 (2016) 因果推論



- 反事実モデルの構築

- 「原因を示す変数 A が a であったときに、結果を示す変数 Y がとっていたであろう値」を考える
- 各個体に対して、実際に観測されるのは1つだけであり、それ以外は観測されない

➡ 事実に反する記述を符号化したモデルを構築

統計的因果推論

- 近年のメインストリーム

- 構造的因果モデルに基づくパール流の因果推論

Pearl (1995) *Biometrika*

Pearl (2009) *Causality: Models, Reasoning, and Inference*

- ジューディア・パール氏 (Dr. Judea Pearl) が基礎的な理論を構築
- 変数間の関係を有向グラフにより視覚的に表現

- 潜在反応モデルに基づくルービン流の因果推論

Rubin (1974) *J Educ Psychol.*

Rubin (2005) *J Am Stat Assoc.*

- ドナルド・ルービン氏 (Dr. Donald Rubin) により体系化された推論法
- 欠測データの解析法を基盤とする

パール流の因果推論

- 因果ダイアグラムによる表現

- 構造方程式

因果関係を記述する線形関数

$$X_j = f_j(pa(X_j), \varepsilon_j) \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

X_1, X_2, \dots, X_p : 解析対象となる p 個の変数

$pa(X_j)$: X_j の直接的原因の変数集合

ε_j : 錯乱項

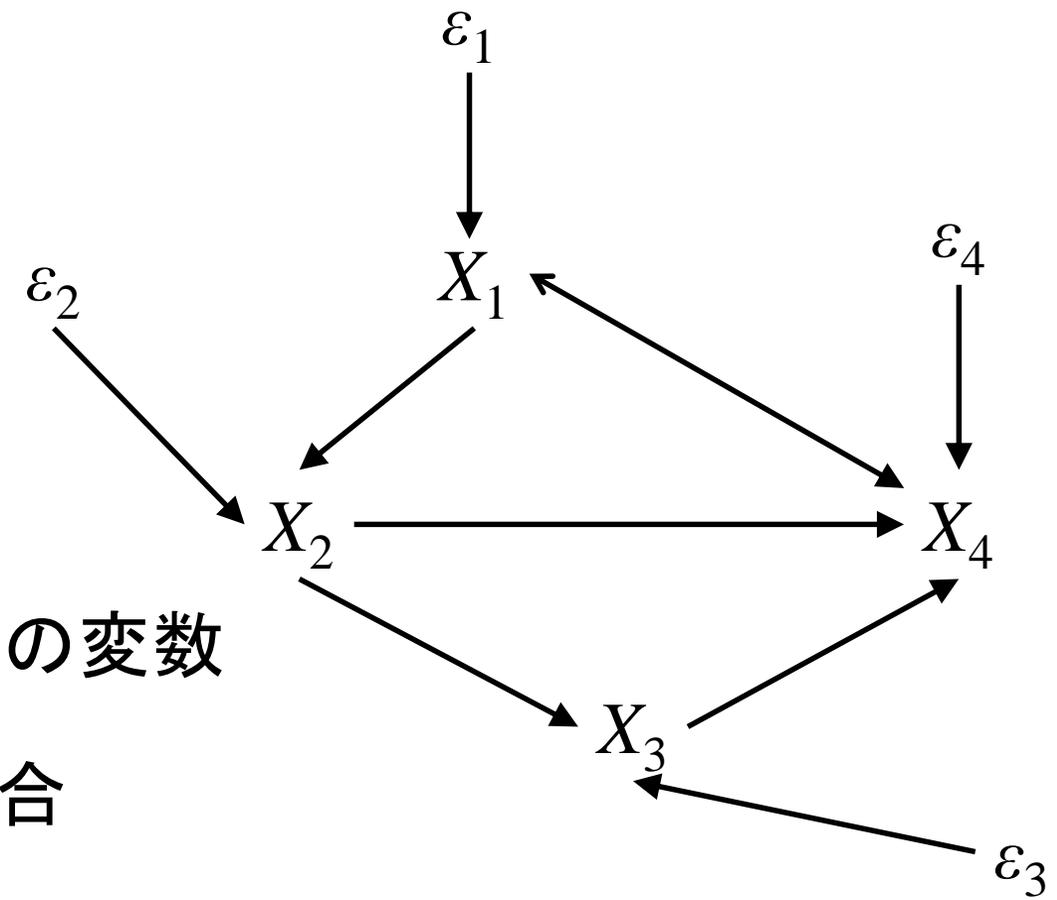


図1. 因果ダイアグラム(錯乱項あり)

ただし、因果ダイアグラムに錯乱項を描かないことが慣習になっている

構造的因果モデル

- 因果ダイアグラムによる表現

- 構造方程式モデル

$$X_1 = f_1(\varepsilon_1)$$

$$X_2 = f_2(X_1, \varepsilon_2)$$

$$X_3 = f_3(X_2, \varepsilon_3)$$

$$X_4 = f_4(X_1, X_2, X_3, \varepsilon_4)$$

黒木 (2017) 構造的因果モデルの基礎

黒木・小林 (2012) 計量生物学

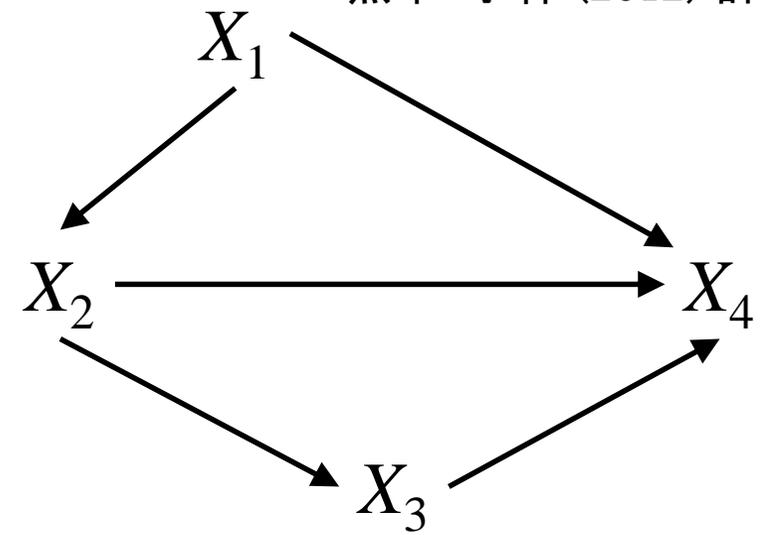


図2. 因果ダイアグラム

- 客観的な知識に基づく普遍的なデータの生成過程

- 左辺の変数は右辺の変数の原因とはならない
- 右辺の変数によって左辺の変数が生成されその逆は起こらない

ルービン流の因果推論

- 潜在的な反応

- 評価の対象となる個体は

- ある処理を割り当てられたときの潜在的な反応を有している
- 実際に割り当てられた処理に応じた反応が観測される

Neyman (1990) *Statistical Science*

- 因果推論の基本問題

Holland (1986) *J Am Stat Assoc.*

現実的には、評価の対象となる個体に対して、全く同じ条件のもとで、ある処理を受けたときの反応とその処理を受けなかったときの反応を観測することはできない。

➡ 評価の対象となる個体が属する集団レベルでの因果効果を評価する

潜在的な反応

- 介入に関する仮定

- SUTVA (stable unit treatment value assumption)

Rubin (1980) *J Am Stat Assoc.*

- No Interference between Subjects Assumption

ある処理を受けたときの個体の反応は、他の個体が受けた処理や他の個体の反応の影響を受けない

- No Multiple Versions of Treatment

処理レベルはそれぞれ一意に定まる

- 一貫性 (consistency)

SUTVAより導かれる性質 (定理)

黒木・小林 (2012) 計量生物学

登場する変数たち

- 登場する変数の整理

- 反応変数

ある原因(処理)がもたらす結果を表す変数

- 処理変数

反応変数に影響を及ぼす可能性のある因子のうち, 原因を示す変数

※ 治癒変数: 臨床試験などでランダム化することができる処理変数

曝露変数: 飲酒や喫煙のように研究者がコントロールできない処理変数

とよぶこともありますが, 本資料では処理変数で統一しました

宮川 (2004) 統計的因果推論

登場する変数たち

- 登場する変数の整理(続き)

- 中間変数

個体に対して処理が割り当てられた後かつ反応変数が観察される前に観測され、反応変数に影響を与える変数

- 共変量

処理変数, 中間変数を除く, 反応変数に影響を与える
個体の背景要因

- 治療群と対照群の2群を比較する場合

Z : 群を表す変数 ($Z = 1$: 治療群, $Z = 0$: 対照群)

Y : 反応変数

Y_1 : 治療群での反応変数

Y_0 : 対照群での反応変数

$Y(1)$: 治療群に割り当てられたときに得られたであろう反応変数

$Y(0)$: 対照群に割り当てられたときに得られたであろう反応変数

- SUTVAと一致性を仮定

$$Y = Z Y(1) + (1 - Z) Y(0)$$

因果効果の推定

- 治療群と対照群の2群を比較する場合
 - 全体集団における平均的効果 (average treatment effect; *ATE*)

$$ATE = \mu_1 - \mu_0 = E[Y(1)] - E[Y(0)]$$

- 治療を受けた集団における平均的効果
(average treatment effect for the treated; *ATT* or *ATET*)

$$ATT = \mu_{1|Z=1} - \mu_{0|Z=1} = E[Y(1)|Z = 1] - E[Y(0)|Z = 1]$$

- 対照治療を受けた集団における平均的効果

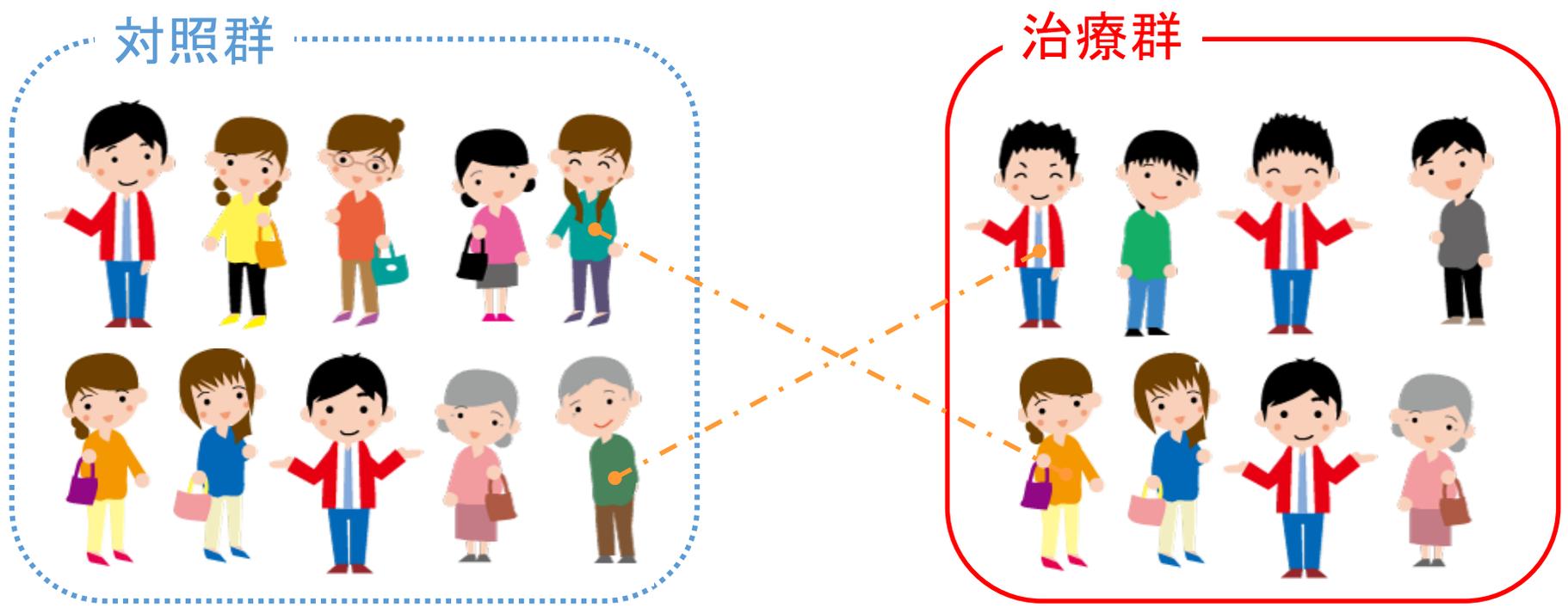
$$\mu_{1|Z=0} - \mu_{0|Z=0} = E[Y(1)|Z = 0] - E[Y(0)|Z = 0]$$

共変量を調整した因果効果の推定

- マッチング

治療群と対照群の2群を比較する場合

対照群と治療群とで共変量の値が同じになる個体のペアを構成し、このペアで反応変数の差を考える



共変量を調整した因果効果の推定

- マッチング

- 実際には, 共変量の類似度を表す“距離“を用いてペアを構成する
治療群と対照群の2群を比較する場合

- 最近傍マッチング

Rosenbaum and Rubin (1985) *Am Stat.*

治療群の個体に対して, 共変量の距離が最小となる個体を
対照群から選択してペアを構成する

- キャリパーマッチング

共変量の距離がある値以下の場合にペアを構成する

マッチング

- マッチングで困ること

- 次元問題

共変量の数が多いとペアをとることが難しくなりませんか？

- サポート問題

共変量の分布の重なり具合が少ない部分については、マッチングできなくないですか？



- 共変量がカテゴリカルデータのときの類似度ってなんですか？

- そのペアの取り方は適切といえますか？

星野 (2009) 調査観察データの統計科学

傾向スコア (バランススコア)

- 傾向スコア

Rosenbaum and Rubin (1983) *Biometrika*

$$e_i = \text{Pr}(Z_i = 1 | \mathbf{X}_i)$$

Z_i : 個体 i の群を表す変数 ($Z_i = 1$: 治療群, $Z_i = 0$: 対照群)

\mathbf{X}_i : 個体 i の共変量ベクトル

- 傾向スコアの推定

- (通常は) ロジスティック回帰モデルを用いて推定
 - 反応変数…治療群を表す変数
 - 説明変数…調整する共変量

魚住ほか (2017) SASユーザー総会論文集

傾向スコアを用いた因果効果の推定

- 例えば

- 1) 傾向スコアを推定する

- 2) 推定された傾向スコアを用いて、共変量の影響を除いた因果効果を推定する

- マッチング
- 層別解析
- 回帰モデルを用いた解析



傾向スコアを用いた因果効果の推定

- ちょっと問題と思われること

- 群ごとで推定した傾向スコアを用いている。

- マッチング, あるいは層別解析を行う場合, 反応変数の周辺期待値 $E[Y(1)]$, $E[Y(0)]$ は求めることができない。

- 回帰モデルによる解析を行う場合, 0から1の間までの値しかとらない傾向スコアを用いることが問題になるかもしれない。



➔ IPW推定, 二重ロバスト推定の利用

星野 (2009) 調査観察データの統計科学

IPW (inverse probability weighting) 法

- IPW法

治療群と対照群の2群を比較する場合, 重みとして

$$W_{IPTW_i} = \frac{Z_i}{e_i} + \frac{1 - Z_i}{1 - e_i}$$

Z_i : 個体*i*の群を表す変数 ($Z_i = 1$: 治療群, $Z_i = 0$: 対照群)

e_i : 個体*i*の傾向スコア ($i = 1, 2, \dots, n$)

をとり, *ATE* を推定する

- 治療群に対しては, 傾向スコアの逆数で重みづけする
- 対照群に対しては, (1 - 傾向スコア)の逆数で重みづけする



- 全体集団における平均的効果の推定

$$ATE = \mu_1 - \mu_0 = E[Y(1)] - E[Y(0)]$$

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{z_i y_i}{\hat{e}_i}, \quad \hat{\mu}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(1 - z_i) y_i}{1 - \hat{e}_i}$$

ここに、個体*i*に対して ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$\hat{e}_i = e_i(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\alpha}}) = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\alpha}})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\alpha}})}$$

y_i : 反応変数, \mathbf{x}_i : 共変量ベクトル

z_i : 群を表す変数 ($z_i = 1$: 治療群, $z_i = 0$: 対照群)

e_i : 傾向スコア

- IPWR推定量

- 全体集団における平均的効果の推定

$$ATE = \mu_1 - \mu_0 = E[Y(1)] - E[Y(0)]$$

$$\hat{\mu}_1 = [\sum_{i=1}^n z_i]^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{z_i y_i}{\hat{e}_i}, \quad \hat{\mu}_0 = [\sum_{i=1}^n (1 - z_i)]^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{(1 - z_i) y_i}{1 - \hat{e}_i}$$

- 治療を受けた集団における平均的効果の推定

$$ATT = \mu_{1|Z=1} - \mu_{0|Z=1} = E[Y(1)|Z = 1] - E[Y(0)|Z = 1]$$

$$\hat{\mu}_{1|Z=1} = [\sum_{i=1}^n z_i]^{-1} \sum_{i=1}^n z_i y_i,$$

$$\hat{\mu}_{0|Z=1} = \left[\sum_{i=1}^n (1 - z_i) \frac{\hat{e}_i}{1 - \hat{e}_i} \right]^{-1} \sum_{i=1}^n (1 - z_i) y_i \frac{\hat{e}_i}{1 - \hat{e}_i}$$

二重ロバスト推定

- Doubly robust な推定量
 - 傾向スコアを推定するモデル式が正しい
 - 共変量を用いて反応変数を推定するモデル式が正しい

上記2つのうちどちらかが成立していれば、反応変数の周辺期待値の一致推定量を得ることができる

Bang and Robins (2005) *Biometrics*



二重ロバスト推定

- AIPW法を用いた推定

Robins *et al.* (1994) *J Am Stat Assoc.*

Lunceford and Davidian (2004) *Stat Med.*

- AIPW法(augmented IPW)を用いた推定量

AIPW法のアイデアを, 潜在的な反応変数を用いた効果の推定に適用

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{z_i y_i}{\hat{e}_i} + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{z_i}{\hat{e}_i} \right) g^{-1}(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_1) \right]^{-1}$$

$$\hat{\mu}_0 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(1-z_i) y_i}{1-\hat{e}_i} + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{1-z_i}{1-\hat{e}_i} \right) g^{-1}(\mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_0) \right]^{-1}$$

g : 共変量を用いて反応変数を推定するモデル式のリンク関数

$\boldsymbol{\beta}_1$: 治療群のデータを同モデル式に当てはめたときのモデルパラメータ

$\boldsymbol{\beta}_0$: 対照群のデータを同モデル式に当てはめたときのモデルパラメータ

- 因果推論の基礎
 - 統計的因果推論の枠組み
 - 2つのメインストリーム
 - 因果効果の推定
- Causal mediation analysis
 - 直接効果と間接効果
 - 効果の分解
 - 間接効果を計る指標

因果グラフ

- 変数を表す頂点とそれらを結ぶ辺がなす構造

頂点を結ぶ全ての辺が矢線で表現された有向グラフをとりあげる



図3. 処理変数 A と反応変数 Y の因果グラフ

- 矢線で結ばれる変数・・・直接的な因果関係が存在する可能性を表す

佐藤・松山 (2002) 疫学・臨床研究における因果推論

- パス (path, 道)・・・頂点を結ぶ辺
- 有向パス (directed graph)・・・矢印の向きに沿って進むパス

直接効果と間接効果

- 因果関係の強さ

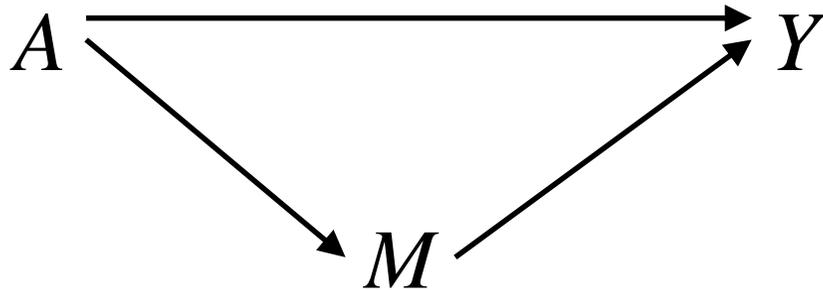


図4. 処理変数 A , 中間変数 M , 反応変数 Y の因果グラフ

左図において, A から Y への有向パスは, $A \rightarrow Y$ と $A \rightarrow M \rightarrow Y$ の2つ存在する

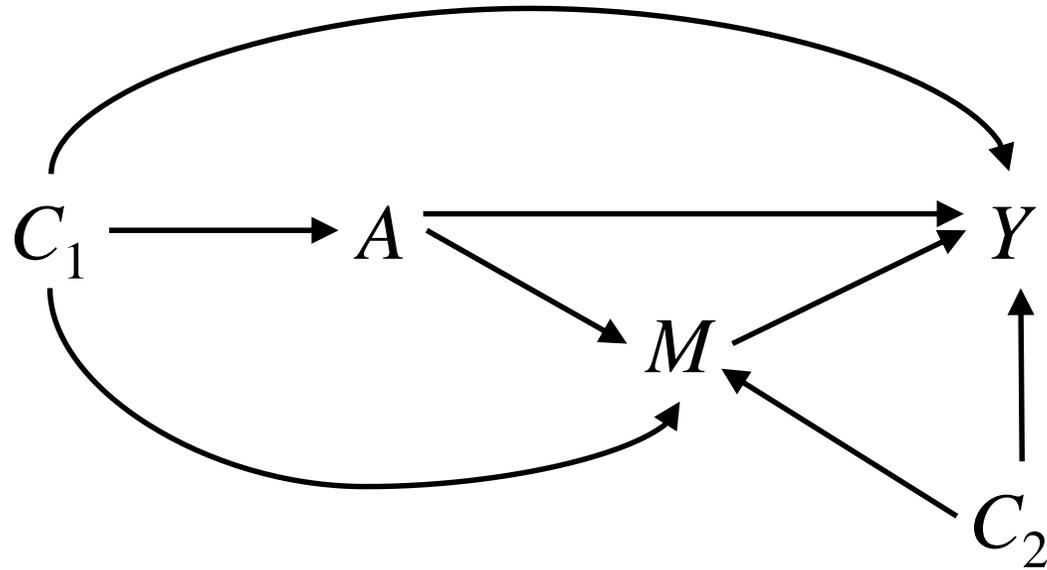
直接効果 = $A \rightarrow Y$ の因果関係の強さ

間接効果 = $A \rightarrow M \rightarrow Y$ の因果関係の強さ

総合効果 = 直接効果 + 間接効果

交絡因子

- 交絡因子の調整



A : 処理変数 M : 中間変数
 Y : 反応変数 C_1, C_2 : 共変量

共変量 $C_2 \cdots M$ と Y との交絡因子

共変量 $C_1 \cdots A$ と Y との間、
 A と M との間

➡ 交絡因子で調整した解析が必要

図5. 反応変数 Y , 処理変数 A , 中間変数 M , 共変量 C の因果グラフ

潜在的な変数

- 潜在的な反応

個人ごとに有する, ある処理を割り当てられたときの潜在的な反応

$Y(a)$: 処理 $A = a$ を受けたときに観測されるであろう反応変数

$M(a)$: 処理 $A = a$ を受けたときに観測されるであろう中間変数

$Y(a, m)$: $A = a, M = m$ を受けたときに観測されるであろう反応変数

実際に観測されるのは1つだけで,

それ以外は観測されない = 事実と反する 事象をモデル化

反事実モデル (counterfactual model)

潜在的な変数

- 定義するための条件

- SUTVA (stable unit treatment value assumption)

Rubin (1980) *J Am Stat Assoc.*

- ある処理を受けたときの個体の反応は、他の個体が受けた処理や他の個体の反応の影響を受けない
- 処理レベルはそれぞれ一意に定まる

- 一貫性 (consistency)

$A = a$ ならば, $Y(a) = Y$ が成り立つ

処理 a を受けた個体の反応変数 Y の値は、潜在的な反応変数 $Y(a)$ に一致する

田栗 (2014) 数理統計

総合効果の定義

- 因果リスク差の場合

処理レベル $A = a$ を, 処理レベル $A = a^*$ を基準として比較するとき,
処理変数の総合効果を, 処理 a を受けた場合と
処理 a^* を受けたときの比較として, 以下のとおり定義する

- 総合効果(total effect)

$$TE(a, a^*) = Y(a) - Y(a^*) = Y(a, M(a)) - Y(a^*, M(a^*))$$

$M(a)$: 処理 a を受けたときに観測されるであろう中間変数

$Y(a, m)$: $A = a, M = m$ を受けたときに観測されるであろう反応変数

直接効果の定義

- 因果リスク差の場合

- 自然な直接効果/純粋な直接効果

(natural direct effect / pure direct effect)

$$PDE(a, a^*) = Y(a, M(a^*)) - Y(a^*, M(a^*))$$



- 処理が a^* であったとするとときに自ずと生じるであろう状態を維持したときの処理 a と処理 a^* とを比較したときの効果

黒木 (2017) 構造的因果モデルの基礎

- 総合直接効果(total direct effect)

$$TDE(a, a^*) = Y(a, \underline{M(a)}) - Y(a^*, \underline{M(a)})$$

直接効果の定義

- 因果リスク差の場合(続き)

- 制御された直接効果 (controlled direct effect)

$$CDE(a, a^*; m^*) = Y(a, m^*) - Y(a^*, m^*)$$

中間変数を $M = m^*$ としたときの制御された直接効果

- 何らかの介入により中間変数を m^* に制御(固定)したときに、処理を a^* から処理 a に変化したときの効果



間接効果の定義

- 因果リスク差の場合

- 自然な間接効果/総合間接効果

(natural indirect effect / total indirect effect)

$$TIE(a, a^*) = Y(a, M(a)) - Y(a, M(a^*))$$

- 処理レベルを $A = a$ としたときに、
処理が a^* であったときに自ずと生じたであろう中間変数の状態
vs. 処理が a であったときに自ずと生じたであろう中間変数の状態

黒木 (2017) 構造的因果モデルの基礎

- 純粋な間接効果(pure indirect effect)

$$PIE(a, a^*) = Y(\underline{a^*}, M(a)) - Y(\underline{a^*}, M(a^*))$$

効果の分解

- 総合効果の分解
 - 直接効果と間接効果への分解

$$\begin{aligned} TE(\text{総合効果}) &= PDE(\text{自然な直接効果}) + TIE(\text{統合間接効果}) \\ &= TDE(\text{総合直接効果}) + PIE(\text{純粋な間接効果}) \\ &= CDE(\text{制御された直接効果}) + (\text{残りの効果}) \end{aligned}$$

ココをさらに分解すると・・・？

VanderWeele流の因果推論

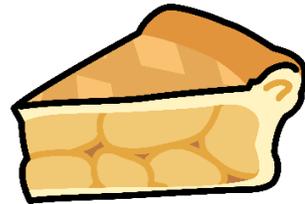
- 生物学的交互作用に関する効果への分解

VanderWeele (2013, 2014) *Epidemiology*

Valeri *et al.* (2013) *Psychol Methods*.

- 生物学的交互作用 (biologic interaction)

- Rothmanが提案した因果のパイモデル※で定義される



※十分原因構成要素モデル (sufficient component model) とも

- それら2変数を同時に含む十分原因で発症すると定義
- 2つの変数の積で表される交互作用とは異なる概念

矢野ほか訳 (2013) ロスマンの疫学

- VanderWeeleによる総合効果の分解

VanderWeele (2013b) *Epidemiology*

- 生物学的交互作用に関する効果への分解

$$\begin{aligned} TE(\text{総合効果}) &= CDE(\text{制御された直接効果}) + (\text{残りの効果}) \\ &= CDE(\text{制御された直接効果}) \\ &\quad + \underline{PAI}(\text{生物学的交互作用に起因する効果}) \\ &\quad + PIE(\text{純粹な間接効果}) \end{aligned}$$

- 生物学的交互作用に起因する効果 (portion attributable to interaction)

生物学的交互作用を定量化した効果

因果効果の推定

- 因果効果を識別するための十分条件

Pearl (2001) *Proc. of 17th Conf. on UAI.*

VanderWeele and Vansteelandt (2009) *Stat Interface.*

i) $\forall a, m$ に対して $Y(a, m) \perp\!\!\!\perp A \mid C$

処理変数と反応変数との間に未測定の交絡因子がないこと

ii) $\forall a, m$ に対して $Y(a, m) \perp\!\!\!\perp M \mid \{A, C\}$

中間変数と処理変数との間に未測定の交絡因子がないこと

iii) $\forall a$ に対して $M(a) \perp\!\!\!\perp A \mid C$

処理変数と中間変数との間に未測定の交絡因子がないこと

iv) $\forall a, a^*, m$ に対して $Y(a, m) \perp\!\!\!\perp M(a^*) \mid C$

中間変数と反応変数と交絡をおこす処理変数が存在しないこと

間接効果に関する指標

- 間接効果が総合効果に対して与える影響の指標

- Proportion mediated

中間変数を経由して反応変数に与える影響がどの程度あるか

$$E[TIE(a, a^*)] / E[TE(a, a^*)] \quad (\text{純粹な間接効果} / \text{総合効果})$$

- Proportion eliminated

VanderWeele (2013a) *Epidemiology*

中間変数がある値 m^* に制御(固定)したときに, 総合効果のうちどの程度除去できるのかを表す指標

$$\{E[TE(a, a^*)] - E[CDE(a, a^*; m^*)]\} / E[TE(a, a^*)]$$

(総合効果 - 制御された直接効果) / 総合効果

- 因果推論の基礎
 - もし～だったとしたら
 - 事実に反する記述をモデル化
 - ルービン流の因果推論
 - 伝統的な潜在反応変数を用いた表現
- 効果の推定
 - 全体集団における平均的効果
 - 治療を受けた集団における平均的効果

- 媒介分析の基礎
 - 中間変数
 - 因果グラフにおいて原因と結果の間に存在する変数
 - 直接効果と間接効果
 - 中間変数を介さない効果と中間変数を介する効果
- 効果の分解
 - 直接効果と間接効果への分解

参考文献

1. Bang, H., and Robins, J. M. (2005). Doubly robust estimation in missing data and causal inference models. *Biometrics* **61**: 962–973.
2. Holland, P. W. (1986). Statistics and causal inference. *Journal of the American Statistical Association* **81**: 945–960.
3. Lunceford, J. K., and Davidian, M. (2004). Stratification and weighting via the propensity score in estimation of causal treatment effects: A comparative study. *Statistics in Medicine* **23**: 2937–2960.
4. Neyman, J. (1990). On the application of probability theory to agricultural experiments. Essay on principles. Section 9. Translated and edited by D. M. Dabrowska and T. P. Speed from Polish original, which appeared in *Roczniki Nauk Rolniczych Tom X (1923) 1–51* (Annals of Agricultural Sciences). *Statistical Science* **5**: 465–480.
5. Pearl, J. (1995). Causal diagrams for empirical research. *Biometrika* **82**: 669–710.
6. Pearl, J. (2001). Direct and indirect effects. In *Proceedings of the Seventeenth Conference on Uncertainty and Artificial Intelligence*. San Francisco, Morgan Kaufmann.
7. Pearl, J. (2009). *Causality: Models, Reasoning, and Inference. The 2nd Edition*. Cambridge University Press (黒木学記. (2009). 統計的因果推論 –モデル・推論・推測–. 共立出版)
8. Robins, J. M., Rotnitzky, A., and Zhao, L. P. (1994). Estimation of regression coefficients when some regressors are not always observed. *Journal of the American statistical Association* **89**: 846–866.
9. Rosenbaum, P. R, and Rubin, D. B. (1983). The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika* **70**: 41–55.
10. Rosenbaum, P. R, and Rubin, D. B. (1985). Constructing a control group using multivariate matched sampling methods that incorporate the propensity score. *The American Statistician* **39**: 33–38. Rothman, K. J. (2012). *Epidemiology: An Introduction. The 2nd Edition*. Oxford University Press. (矢野栄二・橋本英樹・大脇和浩 訳. (2013). *ロスマンの疫学—科学的思考への誘い*. 篠原出版新社.)
11. Rubin, D. B. (1974). Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies. *Journal of Educational Psychology* **66**: 688–701.
12. Rubin, D. B. (1980). Discussion of "Randomization Analysis of Experimental Data in the Fisher Randomization Test". *Journal of the American Statistical Association* **75**: 591–593.

13. Rubin, D. B. (2005). Causal inference using potential outcomes: design, modeling, decisions. *Journal of the American Statistics Association* **100**: 322–331.
14. SAS Institute Inc. (2020). *SAS/STAT® 15.2 User's Guide*. SAS Institute Inc., Cary, NC.
15. Valeri, L., and VanderWeele, T. J. (2013). Mediation analysis allowing for exposure-mediator interactions and causal interpretation: Theoretical assumptions and implementation with SAS and SPSS macros. *Psychological Methods* **18**:137–150.
16. VanderWeele, T. J. (2013a). Policy-relevant proportions for direct effects. *Epidemiology* **24**: 175–176.
17. VanderWeele, T. J. (2013b). A three-way decomposition of a total effect into direct, indirect, and interactive effects. *Epidemiology* **24**: 224–232.
18. VanderWeele, T. J. (2014). A unification of mediation and interaction: a 4-way decomposition. *Epidemiology* **5**: 749–761.
19. VanderWeele, T. J., and Vansteelandt, S. (2009). Conceptual issues concerning mediation, interventions and compositions. *Statistics and Its Interface* **2**: 457–468.
20. 岩崎学 (2015). 統計的因果推論. 朝倉書店.
21. 岩波データサイエンス刊行委員会 (2016). 岩波データサイエンスVol.3 特集「因果推論—実世界のデータから因果を読む」. 岩波書店.
22. 魚住龍史・矢田真城・山本倫生・川口淳 (2017). SASによる傾向スコアマッチング. SASユーザー総会論文集, 263–281.
23. 黒木学 (2017). 構造的因果モデルの基礎. 共立出版.
24. 黒木学・小林史明 (2012). 構造的因果モデルについて. 計量生物学 **32**: 119–144.
25. 佐藤俊哉・松山裕 (2002). 疫学・臨床研究における因果推論. 統計科学のフロンティア5 多変量解析の展開—隠れた構造と因果を推理する—. 133–175, 岩波書店.
26. 田栗正隆 (2014). 直接効果・間接効果の推定および未測定の変動に対する感度解析. 統計数理 **62**: 59–75.
23. 星野崇宏 (2009). 調査観察データの統計科学—因果推論・選択バイアス・データ融合. 岩波書店.
24. 松山裕 (2018). 新版 医学統計学ハンドブック 18. 因果推論. 522–546, 朝倉書店.
25. 宮川雅巳 (2004). 統計的因果推論—回帰分析の新しい枠組み—. 朝倉書店.
26. 矢田真城・魚住龍史・田栗正隆 (2020). 反事実モデルに基づく直接効果と間接効果の推定. 計量生物学 **40**: 81–116.

ご清聴頂き，誠にありがとうございました。

