

# Dynamické modelovanie rizikových faktorov s využitím $t$ -rozdelenia

(abstrakt)

**RNDr. Mária Bohdalová PhD.**

2007/2008

*Katedra informačných systémov, Fakulta Managementu, Univerzita Komenského Bratislava*

## Abstrakt a ciele práce:

Modelovanie a predpovedanie budúcich hodnôt rizikových faktorov finančných inštrumentov má pre finančné inštitúcie veľmi dôležitú úlohu. Úroková sadzba LIBOR fixovaná pre menu EURO je často rizikovým faktorom rôznych finančných portfólií Slovenských inštitúcií. V príspevku modelujeme úrokovú sadzbu LIBOR fixovanú pre menu EURO so splatnosťou 6 a 12 mesiacov s cieľom predpovedať ich budúce hodnoty na nasledujúcich 5 dní.

## Podrobnejší popis:

Budúce hodnoty rizikových faktorov predpovedáme pomocou simulačnej metódy Monte Carlo s dynamickým modelovaním rizikových faktorov (dostupnou v SAS® Risk Dimensions®). Uvedená metóda umožňuje dynamicky modelovať rizikové faktory, pričom

- zachováva nenormalitu rozdelení rizikových faktorov,
- poskytuje prepojenie (pomocou kopúl) medzi hodnotami rizikových faktorov, ktoré môžu mať normálne ale i nenormálne rozdelenie,
- dynamicky kontroluje chyby každého modelu pre každý rizikový faktor.

Rizikové faktory umožňuje modelovať buď samostatne, alebo súčasne. Modelované rizikové faktory môžu, ale nemusia mať normálne rozdelenie a ich závislostnú štruktúru popisuje kopula funkciami. Tento prístup je možné použiť pre odhad a predpovedanie budúcich hodnôt rizikových faktorov ale i pre meranie trhového i kreditného rizika obchodných portfólií.

V našom príklade uvažujeme dva rizikové faktory (úrokovú sadzbu LIBOR fixovanú pre menu EURO so splatnosťou 6 a 12 mesiacov), ktoré môžu súčasne vplyvať na zvolené portfólio. Simulačná metóda Monte Carlo s dynamickým modelovaním umožňuje postupovať v nasledujúcich krokoch:

1. určiť pre každý rizikový faktor samostatný model a odhadnúť ich parametre (napr. model pre geometrický Brownov pohyb)
2. určiť rozdelenie reziduálov a odhadnúť ich parametre (budeme uvažovať dve možnosti – reziduály majú 2-rozmerné  $t$ -rozdelenie alebo dvojrozmerné normálne rozdelenie)
3. generovať budúce možné hodnoty rizikových faktorov pre jednotlivé dni.

Pre účely tohto príspevku sme použili 841 údajov o úrokovej sadzbe LIBOR pre EURO so splatnosťou 6 a 12 mesiacov, od 2.1.2004 do 11.4.2007. V Tabuľka 1 vidíme vybrané popisné štatistiky oboch časových radov, pričom ich rozdelenia nie sú normálne ( $p$ -value Shapiro-Wilk testu normality je menšia než 0.0001). V Tabuľka 2 uvádzame skutočné hodnoty jednotlivých rizikových faktorov. V Tabuľka 3 uvádzame vybrané popisné štatistiky modelovaných hodnôt rizikových faktorov pre jednotlivé obchodné dni, pričom vektor chýb má 2-rozmerné  $t$ -rozdelenie a v Tabuľka 4 má vektor chýb má 2-rozmerné normálne rozdelenie. Vplyv jednotlivých rozdelení vektorov chýb a zároveň grafické zobrazenie rozdelení rizikových faktorov na piaty obchodný deň (t.j. 18.4.2007) uvádzame na Obrázok 1 a Obrázok 2. Krivky na jednotlivých obrázkoch predstavujú jednak krivku normálneho rozdelenia a krivku odpovedajúceho rozdelenia pre simulované budúce hodnoty.

Tabuľka 1: Popisné štatistiky rizikových faktorov

Variable	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	1st Pctl	5th Pctl	Median
EUR_6m	0.026541	0.006539	0.0192	0.040855	0.019965	0.020749	0.022101
EUR_12m	0.02796	0.0068558	0.019428	0.0424	0.020246	0.021161	0.023828

Tabuľka 2: Reálne hodnoty rizikových faktorov pre jednotlivé obchodné dni

Date	EUR 6m	EUR 12m
12/04/2007	0.040931	0.0425213
13/04/2007	0.040971	0.0426
16/04/2007	0.041001	0.042695
17/04/2007	0.041029	0.0426713
18/04/2007	0.041028	0.0425775

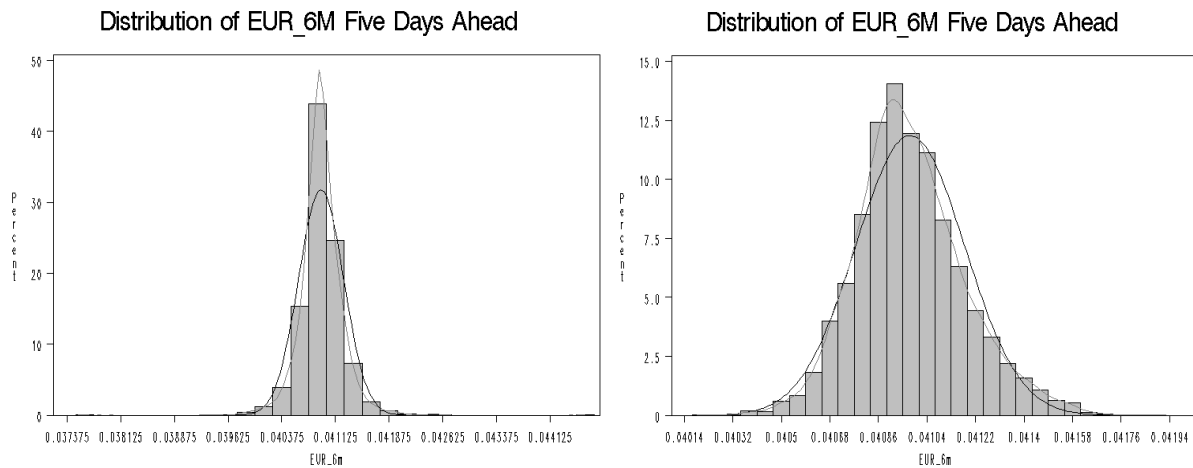
Tabuľka 3: Popisné štatistiky modelovaných hodnôt rizikových faktorov pre jednotlivé obchodné dni (vektor chýb má 2-rozmerné t-rozdelenie)

Variable	Date	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	1st Pctl	5th Pctl	Median
EUR_6m	12/04/2007	0.040875	0.000183	0.037606	0.0417326	0.040389	0.040651	0.04088
EUR_12m		0.042422	0.00036515	0.037088	0.0442011	0.041577	0.041935	0.042425
EUR_6m	13/04/2007	0.040899	0.00026125	0.037623	0.0425376	0.040136	0.040507	0.040908
EUR_12m		0.042449	0.00054881	0.037149	0.0485622	0.041142	0.041703	0.042445
EUR_6m	16/04/2007	0.040924	0.00032421	0.037551	0.0445843	0.040096	0.040468	0.040924
EUR_12m		0.042465	0.00065717	0.036961	0.0487823	0.040951	0.041512	0.042468
EUR_6m	17/04/2007	0.040952	0.00035614	0.038	0.0444196	0.040024	0.040409	0.040953
EUR_12m		0.042491	0.00073491	0.037636	0.0483781	0.040708	0.041375	0.042494
EUR_6m	18/04/2007	0.040979	0.00038919	0.037818	0.0445401	0.040018	0.040384	0.040988
EUR_12m		0.042525	0.00081202	0.037232	0.0486213	0.040541	0.041219	0.042518

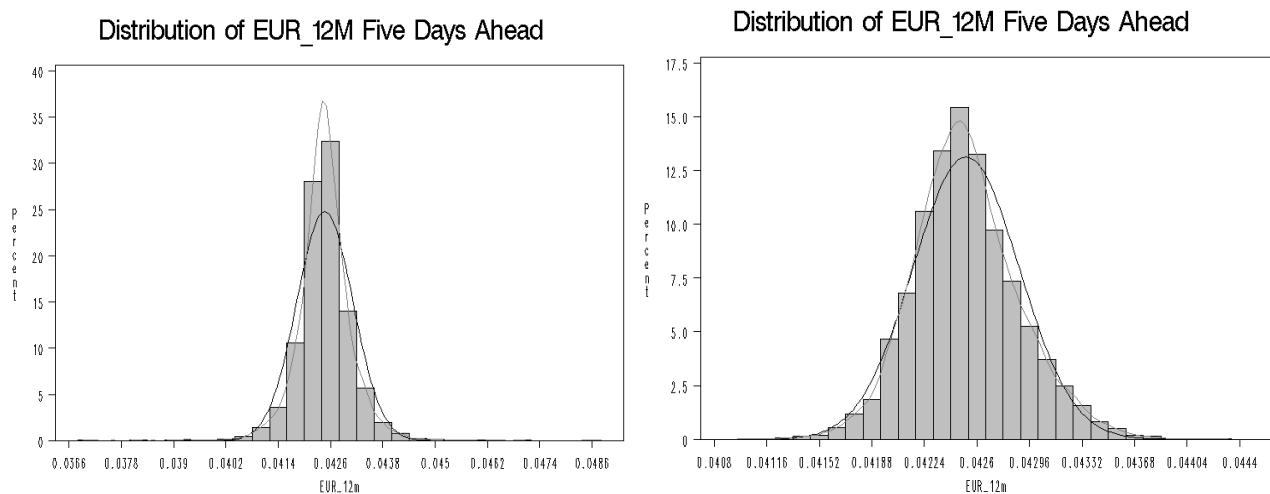
Tabuľka 4: Popisné štatistiky modelovaných hodnôt rizikových faktorov pre jednotlivé obchodné dni (vektor chýb má 2-rozmerné normálne rozdelenie)

Variable	Date	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum	1st Pctl	5th Pctl	Median
EUR_6m	12/04/2007	0.040898	0.0001132	0.04048	0.0412579	0.040637	0.040705	0.040901
EUR_12m		0.042445	0.00021212	0.041753	0.0430326	0.041953	0.042093	0.042452
EUR_6m	13/04/2007	0.040936	0.00015754	0.040486	0.0414276	0.040574	0.040673	0.040933
EUR_12m		0.042482	0.0002921	0.041636	0.0434923	0.041811	0.042009	0.042475
EUR_6m	16/04/2007	0.040979	0.00019452	0.040362	0.0416777	0.040542	0.040665	0.04098
EUR_12m		0.04253	0.00036303	0.041406	0.0437615	0.04174	0.041948	0.042514
EUR_6m	17/04/2007	0.041017	0.00022295	0.040275	0.0418524	0.040509	0.040662	0.041016
EUR_12m		0.042564	0.00041283	0.041031	0.0441024	0.041621	0.041934	0.042539
EUR_6m	18/04/2007	0.041058	0.0002506	0.04022	0.0418821	0.040471	0.040665	0.041056
EUR_12m		0.042606	0.00046446	0.041019	0.0442621	0.041567	0.041847	0.042594

Obrázok 1: Rozdelenie EUR 6M pre 18.4.2007  
(vľavo: vektor chýb má t-rozdelenie, vpravo: vektor chýb má normálne rozdelenie)



Obrázok 2: Rozdelenie EUR 12M pre 18.4.2007  
(vľavo: vektor chýb má t-rozdelenie, vpravo: vektor chýb má normálne rozdelenie)



**Záver:**

V príspevku sme ukázali, že  $t$ -rozdelenie s využitím kopúl môžu byť silným nástrojom pre predpovedanie budúcich hodnôt rizikových faktorov.

**Použité SAS moduly a nástroje:**

SAS Risk Dimensions®, SAS ETS, SAS EG, SAS BASE, SAS STAT.

**Zdroj údajov:**

<http://www.bba.org.uk/bba/jsp>

**Literatúra a referencie:**

- [BOH07] BOHDALOVÁ, M.: *Štatistické metódy vo finančných službách*. Dizertačná práca, 2007, FM UK, Bratislava
- [CRO01] CROUHY, M. - GALAI, D. - MARK, R.: *Risk Management*. New York, McGraw-Hill Companies, 2001
- [JOR00] JORION, P.: *Value at Risk: The Benchmark for Controlling Market Risk*. Blacklick, OH, USA: McGraw-Hill Professional Book Group, 2000, 535 s., ISBN 0-07-137921-5
- [MEL05] MELICHERČÍK, I. - OLŠAROVÁ, L. - ÚRADNÍČEK, V.: *Kapitoly z finančnej matematiky*. Bratislava, EPOS, 2005, 242 s., ISBN 80-8057-651-3
- [PAC03] PACÁKOVÁ, V. a kol.: *Štatistika pre ekonómov*. Bratislava, Edícia ekonómia, 2003, 358 s., ISBN 80-89047-74-2
- [SAS] dokumentácia k softvéru SAS v.9.1: <http://www.support.sas.com/documentation/v9doc.sas.com>
- SAS® RISK Dimensions®: *Dynamic Risk factor Modeling Methodology*. White Paper, dostupné na <http://www.riskadvisory.com/pdfs/sasriskdimensionsriskfactor.pdf>, navštívené dňa 20.9.2006
- [STA06] Stankovičová, I.: *Základné princípy stratégie modelovania*. Forum Statisticum Slovacum. - ISSN 1336-7420. - Roč. 2, č. 1 (2006), s. 78-81
- [URB06] URBANÍKOVÁ, M.: *Stochastické modely úrokovej miery*. In *Vedecké práce Materiálovo-technologické fakulty Slovenskej technickej univerzity v Bratislave so sídlom v Trnave*. Bratislava: STU, 2001, zväzok 10, s. 149-155. ISBN 80-227-1852-4

**Kontakt autor:**

RNDr. Mária Bohdalová PhD.  
KIS FM UK  
Odbojárov 10  
Bratislava  
[maria.bohdalova@fm.uniba.sk](mailto:maria.bohdalova@fm.uniba.sk)