

関西SASユーザーサミット2004

入れ子型ロジットモデル(Nested Logit Model)を用いた
企業格付モデル構築法の提案
及び提案モデルの妥当性に関する検証

株式会社格付投資情報センター
金融工学研究所
東京工業大学大学院
社会理工学研究科
坂巻 英一

本日の発表の流れ

- 格付の意義と重要性について
- 従来型格付推計モデルの紹介
- 本研究における格付推計モデルの改良提案
- 提案モデルの実データへの適用
- まとめ

格付の意義と重要性

< 債券格付 とは >

- 債権の元利払の確実性についての判断を記号化したもの。
- わかりやすい投資情報として、その重要度は年々高まっている。

格付け表示の例

- AAA 債務履行の確実性は最高水準にある
- AA 債務履行の確実性はきわめて高水準にある
- A 債務履行の可能性は高い水準にある
- BBB 債務履行の可能性は十分であるが、将来環境が大きく変化した場合、その影響を受けることがある
- BB 債務履行の可能性は当面問題ないが、将来環境が大きく変化した場合、その影響を受ける可能性がある
- B 債務履行の確実性に問題がある
- CCC 債務不履行になる可能性がある
- CC 債務不履行になる可能性がかなり大きい
- C 債務不履行になる可能性がきわめて大きく、当面立ち直る見込みがない
- D 債務不履行に陥っている

格付の意義と重要性

- 新BIS規制においては、各金融機関が独自に開発した内部格付モデルにより、信用リスクを管理することが可能
- 企業の財務部門や個人投資家が投資を行う際に、格付の高い企業を選択することは投資効率を向上させる為にも非常に重要

格付の意義と重要性

- 全ての投資対象企業に外部格付機関による格付が付与されているわけではない。
- 投資家が独自に格付を推計し企業の経営状態の良し悪しを判断することもある。

推計格付の利用方法

< IPOの際の参考指標とする場合 >

- ・未公開株式市場で新株発行による資金調達をはかる際の参考としたい
- ・投資対象の候補企業について、投資をするか否かの判断するための材料としたい
- ・将来公開を目指しているが、前もって自己評価をしておくことにより、自社の位置付けを知り、株式公開の準備に役立たせたい

< 自社の信用度を把握する際の参考とする場合 >

- ・自社の総合的な格付を知りたい
- ・自社が金融機関からどのような評価を受けるか、判断材料として使用したい
- ・取引企業の債権回収可能性(取引先として適当か、また取引限度額は適正か)を知っておきたい

推計格付の利用方法

- コンピュータ技術や統計学の進歩に伴い、企業の決算書データをもとに格付推計システムを用いて格付推計を行うことが可能。
- 格付推計システムのニーズも年々高まっており、今後益々システムの精度向上が望まれる。

2. 先行研究モデル紹介

➤ 順序プロビット/ロジットモデルとは？

S_{ik} 企業*i*の経営状態
信用格付が $S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ik}, \dots, S_{iK}$ の*K*通り($k=1, 2, \dots, K$)の状態に分類されると仮定

x_{im} 企業*i* ($i=1, 2, \dots, I$)における*m* ($m=1, 2, \dots, M$)番目の財務指標
 x_{im} に対する推定パラメータ

企業*i*の経営状態(*Z*スコア)がこれら財務指標の重み付け線形和によって表されると仮定

$$z_i = \sum_{m=1}^M \beta_m x_{im} \quad (1)$$

企業*i*が分類される状態を決定する閾値

$$\infty = \tau_0 > \tau_1 > \tau_2 > \Lambda > \tau_k > \Lambda > \tau_K = -\infty \quad (3)$$

企業*i*が状態*s*に分類される確率

$$p_{is} = F(\tau_{s-1} - z_i) - F(\tau_s - z_i) \quad (6)$$

ただし, z_i の誤差項が分布 F に従うと仮定

順序ロジットモデル

分布関数 F にロジスティック分布を仮定

$$p_{ik} = \frac{1}{1 + \exp(\sum_{m=1}^M \beta_m x_{im} - \tau_{k-1})} - \frac{1}{1 + \exp(\sum_{m=1}^M \beta_m x_{im} - \tau_k)} \quad (9)$$

順序プロビットモデル

分布関数 F に正規分布を仮定

$$p_{ik} = \Phi(\tau_{k-1} - \sum_{m=1}^M \beta_m x_{im}) - \Phi(\tau_{k-2} - \sum_{m=1}^M \beta_m x_{im}) \quad (10)$$

3. 多項ロジットモデルによる格付

- これまでの企業格付予測モデルの多くは順序ロジットモデルが中心
- 多項ロジットモデルが利用されたことがあまりない
 - ✓ 多項ロジットモデルは通常IIA特性の問題を含んでいる
 - ✓ 企業格付の予測に多項ロジットモデルを使用すると格付の順序性が損なわれる可能性がある
 - ✓ これらの理由から企業格付に多項ロジットモデルを使用した研究例はそれ程多くない。

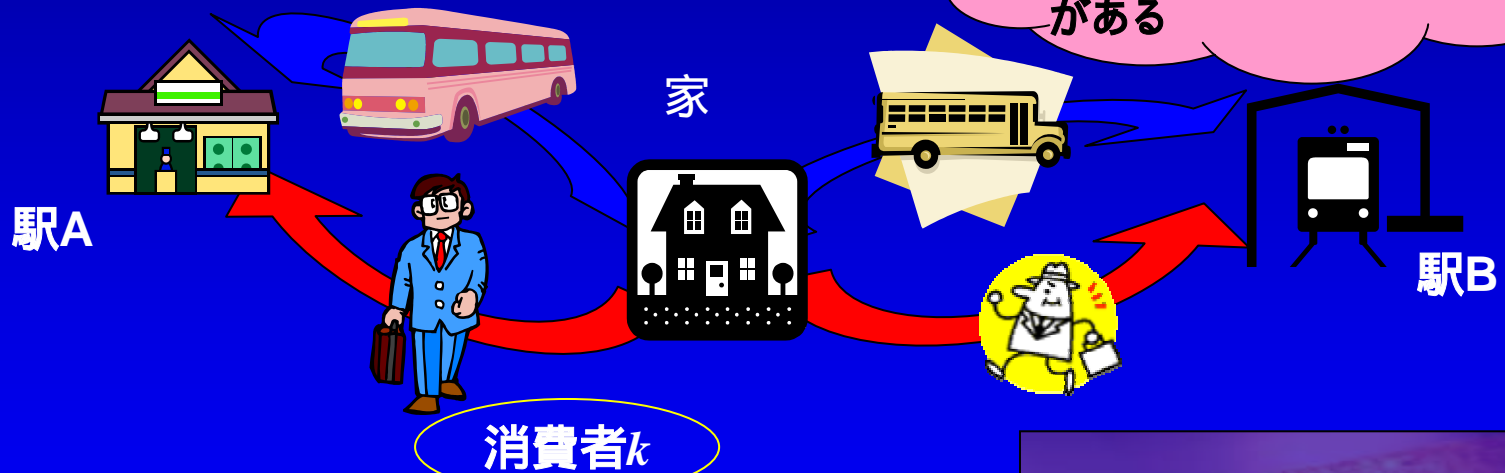
通常が多項ロジットに改良を加えることで企業格付に適用することはできないか???

4. 多項ロジットモデルの拡張による格付モデルの提案

入れ子型ロジットモデルによる格付モデルの提案

- IIA特性の緩和
- 企業格付における順序性の維持

・マーケティングの世界で広く使われている
・IIA特性を緩和する効果がある



レベル2

徒歩

バス

レベル1

駅A

駅B

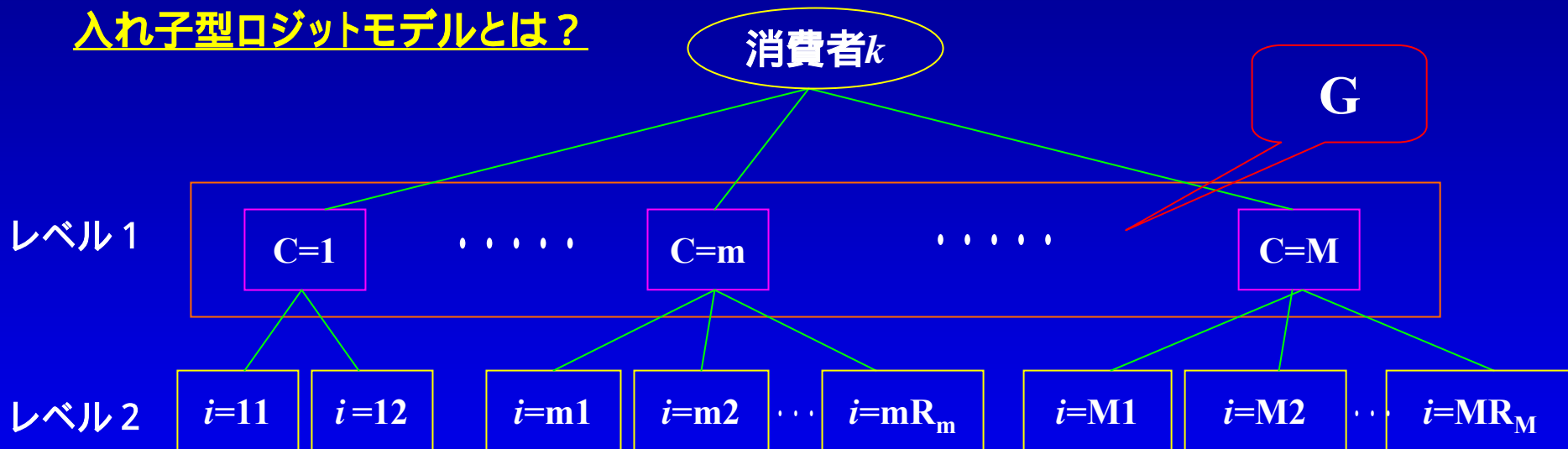
駅A

駅B

$$P(\text{駅A}) = P(\text{駅A}|\text{徒歩}) + P(\text{駅A}|\text{バス})$$

4. 多項ロジットモデルの拡張による格付モデルの提案

入れ子型ロジットモデルとは？



選択肢 i の選択確率

$$P_k(i) = \sum_{C \in G(i)} P_k(i|C)P_k(C|G) \quad (11)$$

により与えられる

Cに含まれるいずれかの選択肢が選択されたときに消費者kが得る最大効用の期待値。
(ログサム項と呼ばれている)

$$P_k(i) = P_k(i|C)P_k(C|G)$$

$$= \sum_{C \in G(i)} \underbrace{\frac{\exp(\lambda_1 \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_{k(r|m)})}{\sum_{r'=1}^{R_{km}} \exp(\lambda_1 \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_{k(r'|m)})}}_{P_k(i|C)} \underbrace{\frac{\exp(\lambda_2 \boldsymbol{\theta}' \mathbf{X}_m + (\frac{\lambda_2}{\lambda_1}) \log[\sum_{r'=1}^{R_{km}} \exp(\lambda_1 \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_{k(r'|m)})])}{\sum_{m=1}^M \exp(\lambda_2 \boldsymbol{\theta}' \mathbf{X}_m + (\frac{\lambda_2}{\lambda_1}) \log[\sum_{r'=1}^{R_{km}} \exp(\lambda_1 \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_{k(r'|m)})])}}_{P_k(C|G)}}_{(12)}$$

- ’ : レベル1の選択肢に対するパラメータベクトル
- ’ : レベル2の選択肢に対するパラメータベクトル
- $\mathbf{X}_{k(i|C)}$: レベル1に含まれる*i*番目の属性に対する属性値ベクトル
- $\mathbf{X}_{k(C|G)}$: レベル2に含まれる*i*番目の属性に対する属性値ベクトル
- : Log()の項に対するパラメータ

5 . 入れ子型(Nested)ロジットモデルを拡張した格付モデルの提案

本研究では、消費者 k を格付対象企業、選択肢を企業に付与される格付とみなすことにより、この入れ子型ロジットモデルを基礎とし、企業格付モデルの改善提案を行うことを試みる。

本研究における仮定

【step1】アナリストはまず、すべての可能な連続する格付の組み合わせの中から特定の組み合わせを選択する。

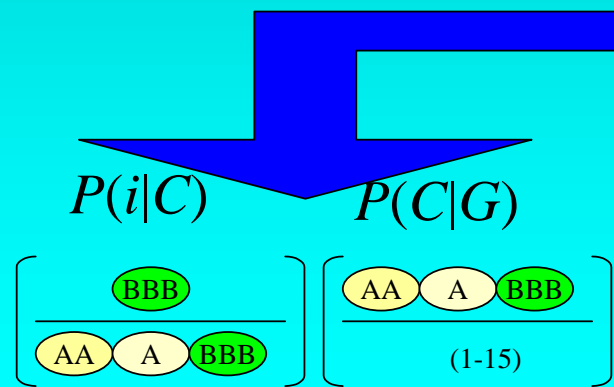
【step2】次に、選択された格付の組み合わせの中から、特定の格付を選択し付与する。

【step3】これを特定の格付を含む全ての可能な組み合わせについて検討する。

入れ子型ロジットモデルの定式化

【注】 AA, A, BBB, BBの4つのみの格付を考慮する

		AA	A	BBB	BB
1		AA			
2			A		
3				BBB	
4					BB
5		AA	A		
6		AA		BBB	
7		AA			BB
8			A	BBB	
9			A		BB
10				BBB	BB
11		AA	A	BBB	
12		AA	A		BB
13		AA		BBB	BB
14			A	BBB	BB
15		AA	A	BBB	BB



下位層(レベル1)

上位層(レベル2)

6. 格付モデルの定式化

x_{jk} : 企業*k*に対する/*j*番目の財務指標の指標値
 β_{ij} : 格付に対する/*j*番目の財務指標に対する推定パラメータ

企業の経営状態 (zスコア)

$$Z_{ik} = \sum_{j=1}^J \beta_{ij} x_{jk} \quad (13)$$

アナリストが*C*に含まれる何れかの格付を選択した場合に得られる最大効用の期待値

$$\log \left[\sum_{i \in C} \exp(Z_{ik}) \right] \quad (14)$$

$$P_k(i|C) = \frac{\exp(Z_{ik})}{\sum_C \exp(Z_{ik})}$$

$$P_k(C|G) = \frac{\exp\{\tau NB_c + \lambda \log[\sum_{i \in C} \exp(Z_{ik})]\}}{\sum_G \exp\{\tau NB_c + \lambda \log[\sum_{i \in C} \exp(Z_{ik})]\}}$$

NB_c : *C*に含まれる格付数
 τ : NB_c に対する推定パラメータ
 λ : ログサム項に対する推定パラメータ

G : 可能な全ての格付の集合
 (ただし、それぞれの格付は連続したものである、とする。)

C : G に含まれる集合のうち特定の格付集合

$$P(i) = \sum_C \sum_{G(i)} P(i|C) P(C|G)$$

7. パラメータの推定方法

推定方法: 最尤推定法を使用する。

(SASは入れ子型ロジットモデルのパラメータを推定するプロシージャを保有していないため, NLPプロシージャを用いて最尤推定を実行するプログラムを作成した)

最大化する尤度関数

$$L = \prod_i \prod_k P_k(i)^{y_{ik}} \quad (17)$$

y_{ik} : ダミー変数

会社 k がアナリストによって格付 i を付与されている場合1
そうでない場合0

入れ子型ロジットモデルにおけるパラメータ推定の問題点

対数尤度関数がパラメータに関して上に凸になるという保証がない。

$L=0$ となる解(Local Minimum)が複数個存在する可能性がある

問題点への対処法

複数の初期値を発生させパラメータ推定を行い, その中で尤度関数を最大化するパラメータの組み合わせを提案モデルにおけるパラメータの最適解とみなす。

8. モデルの実データへの適用

検証に使用したデータ

- 2000年4月から2001年3月までの公開格付データ
- 652個社

データ提供

- 株式会社格付投資情報センター (R & I)

モデルで使用した財務指標

- 対数変換後自己資本
- 総キャピタリゼーション比率
- 固定長期適合率
- 自己資本比率
- 留保利益比率
- デッドキャパシティレシオ

9. 本論における格付の定義

本論における格付の定義

R&I格付	本論における格付	R&I格付	本論における格付
AAA AA+ AA AA-	AA	BB+ BB BB- B+ B B-	BB
A+ A A-	A	CCC以下	
BBB+ BBB BBB-	BBB		

各格付を構成する個社数

格付	個社数	構成比率
AA	77	11.81%
A	201	30.83%
BBB	269	41.26%
BB	105	16.10%
合計	652	100.00%

10. パラメータ推定結果

通常のロジットモデルによるパラメータ推定結果

パラメータ	順序ロジットモデルにおけるパラメータ	t-値	パラメータ	順序ロジットモデルにおけるパラメータ	t-値
β_a	1.782606	16.145115	T_{AA}	35.050708	15.748833
β_b	1.703725	1.500131	T_A	31.355626	14.957315
β_c	-1.558375	-3.405277	T_{BBB}	27.365669	13.782615
β_d	-2.992869	-2.756496			
β_e	8.349215	8.041677			
β_f	-1.109246	-4.757166			
対数尤度	-494.49				
AIC	1006.98				
的中率	65.48%				

入れ子型ロジットモデルによるパラメータ推定結果

パラメータ	AA格におけるパラメータ推定値	t-値	A格におけるパラメータ推定値	t-値	BBB格におけるパラメータ推定値	t-値	BB格におけるパラメータ推定値	t-値
B_0	-22.576825	-6.5664	-3.939936	-4.602	10.787447	17.0898	15.728161	7.2364
β_a	1.032935	5.0282	0.162218	9.0142	-0.648097	-18.6153	-1.04619	-17.7057
β_b	0.173606	1.6521	0.108376	7.1439	0.071244	1.2548	0.104331	3.8006
β_c	6.360875	0.6301	1.566	2.7154	-1.520326	-6.4619	-1.084469	-3.3766
β_d	1.917807	2.334	0.188081	4.6513	2.068378	2.2984	4.256473	4.0188
β_e	0.025032	3.2154	0.02972	8.0133	0.026014	9.6456	-0.065352	-5.7372
β_f	0.024823	4.2312	-0.000792	-1.2923	-0.013193	-1.2584	-0.003189	-4.9095
	0.6678 (6.1595)							
	-1.9401 (-3.0570)							
対数尤度	-404.81							
AIC	869.63							
的中率	74.30%							

まとめ

- 本研究では入れ子型ロジットモデル(Nested Logit Model)を用いた企業格付モデルの提案を行った。
- 通常の多項ロジットモデルは、IIA特性の問題、格付の順序性がモデル内で考慮されない、などの理由からこれまであまり使用されていない。
- 本論では、こうした問題点を克服し多項ロジットモデルの改良版である入れ子型ロジットモデルを企業格付予測へ応用するためのモデルの構築法に関する提案を行った。
- 改善モデルを実データへ適用することで、提案モデルが従来型モデルに比べ、企業格付を予測する上で効果があることが示された。

SAS Forum 1-1 ガー会 学術総会 2004



株式会社格付投資情報センター
金融工学研究所
東京工業大学大学院
社会理工学研究科
坂巻 英一