

第55回「関西SASユーザー会」2002.11.22

コンジョイント解析の部分効用値 の評価について

- Lのビール嗜好事例を通じて -

流通科学大学 商学部 教授 野口 博司

1. コンジョイント解析とは

トラベルパックの人気は 人気順位。[1][2][3].

日数	6日	10日	14日
旅行先	1点	5点	6点
ヨーロッパ	4点	5点	9点
東南アジア	1点	2点	6点
ハワイ	2点	3点	7点

人気順位からその結果の理由になる属性の寄与度、即ち部分効用値を求めるのがコンジョイント解析である。

2. ノンメトリックのMONANOVA

表1 コンジョイント解析の各手法の分類

	データの尺度	解の適合度基準	手法
集計モデル	順序尺度	順序対比較符号一致法	TRADEOFF [4][5]
	順序尺度	ストレス	MONANOVA [6][7]
	メトリック	最小2乗法	重回帰分析
個人差モデル	順序尺度を対比較データに変換	一種の最尤法	LOGIT [8]
	順序尺度	データスペースとモデルスペースのValidationの最小化	LINMAP [9]
	名義尺度・順序尺度	最小2乗基準	WADDALS [10]

2.1 MONANOVAの数理理論

以下、次のような記号を与えMONANOVAの方法を概説する。

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$: m 個の対象の選好順序尺度ベクトル即ち全体評価。

$Z = (z_1, z_2, \dots, z_m)^T$: y_j の単調変換値ベクトル。

K は、各属性が持つ水準数の合計で、この K 個だけ部分効用値を導くことになる。

$D = (d_1, d_2, \dots, d_m)^T$: m 個の対象の要因属性を並べた0-1デザイン行列。

但し $d_1 = (d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1K})^T$, $d_2 = (d_{21}, d_{22}, \dots, d_{2K})^T$, ..., $d_m = (d_{m1}, d_{m2}, \dots, d_{mK})^T$ である。

$b = (b_1, b_2, \dots, b_K)^T$: 求める部分効用値。

以上より、MONANOVAの予測式として(1)式が与えられる。

$$\overset{(1)}{Z} = \overset{(2)}{D} b \quad (1)$$

ここで、 Z は定数ベクトルとなるので $Z = C$ とおける。

そこで、クラスカルの Stress 基準の S をおくと

$$S^2 = (Z - \hat{Z})^T (Z - \hat{Z}) / (\hat{Z} - \bar{\hat{Z}})^T (\hat{Z} - \bar{\hat{Z}}) \quad (2)$$

となる。

Stress はその値が小さい程適合度が高いので、MONANOVAの解法は、 Z が y と単調増加に関係するという単調性の制約のもとで、 S^2 が最小となるような b を求めることになる。

$V = (Z - \hat{Z})^T (Z - \hat{Z})$, $W = (\hat{Z} - \bar{\hat{Z}})^T (\hat{Z} - \bar{\hat{Z}})$ とおいて、 S を b で偏微分すると、

$$V / b = -2 D^T Z + 2 D^T D b = -2 D^T (Z - D b) \quad (3)$$

$$W / b = [b^T D^T D b - 2 b^T D^T C + C^T C] / b \\ = 2 D^T (D b - C) \quad (4)$$

(3), (4)式より

$$g = S / b = [(V^{1/2})^T W^{1/2} - V^{1/2} (W^{1/2})^T] / W \\ = - [D^T (Z - D b) / S + S D^T (D b - C)] / W \\ = - S D^T [(Z - D b) / S^2 + (D b - C)] / W \quad (5)$$

b を求めるアルゴリズムは、適当な初期値 b_0 から出発して、 S を小さくするように b を修正するステップを繰り返す。修正方向は最急降下法により探す。即ち、 S を b で偏微分した(5)式より勾配ベクトル g_t を求めることになる。

$$b_{t+1} = b_t - g_t \quad (6)$$

(ここで、 α はステップ幅、 t は反復計算の回数である。)

(6)式に従って、反復計算を行えばよい。この計算の打ち切りは、a)前もって定めたStress値を満足する。か、c)指定した最大反復数に達する。のいずれかの基準で打ち切る。これがMONANOVAの解法である。

2.2 MONANOVAの数値解法例

表2 六つの不動産物件の0-1行列と選好結果

物件	和風 b_{11}	和洋半 b_{12}	洋風 b_{13}	一戸建 b_{21}	テラスハウス b_{22}	選好 評価
A	0	1	0	1	0	6
B	0	1	0	0	1	5
C	1	0	0	1	0	4
D	1	0	0	0	1	3
E	0	0	1	1	0	2
F	0	0	1	0	1	1

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{12} + b_{21} \\ b_{12} + b_{22} \\ b_{11} + b_{21} \\ b_{11} + b_{22} \\ b_{13} + b_{21} \\ b_{13} + b_{22} \end{pmatrix}$$

2.1のMONANOVAの数理論で示したように、まず、初期値 \hat{b}_0 として、 $b_{11} = 1$ 、 $b_{12} = 2$ 、 $b_{13} = 0$ 、 $b_{21} = 2$ 、 $b_{22} = 0$ を与える。

\hat{z}_t は、

$$\hat{z}_t = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{\hat{z}}_0 = (4 + 2 + 3 + 1 + 2 + 0) / 6 = 2$$

$$V = (6 - 4)^2 + (5 - 2)^2 + (4 - 3)^2 + (3 - 1)^2 + (2 - 2)^2 + (1 - 0)^2 = 19$$

$$W = (4 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (3 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (0 - 2)^2 = 10$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{19}{10}} = \sqrt{1.9}$$

$$g_0 = -\frac{\sqrt{1.9}}{10} \begin{bmatrix} 001100 \\ 110000 \\ 000011 \\ 101010 \\ 010101 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6-4 & 4-2 \\ 5-2 & 2-2 \\ 4-3 & 3-2 \\ 3-1 & 1-2 \\ 2-2 & 2-2 \\ 1-0 & 0-2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{10\sqrt{190}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -28 & 87 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

ここでステップ幅を $\sqrt{190}$ とすると b_{ij0} より

$$b_{ij1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{10\sqrt{190}} \begin{bmatrix} 30 \\ 88 \\ -28 \\ 87 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 10.8 \\ -2.8 \\ 10.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad \text{と新たな } b_{ij1} \text{ となる。}$$

再び
 \hat{z}_1 は、

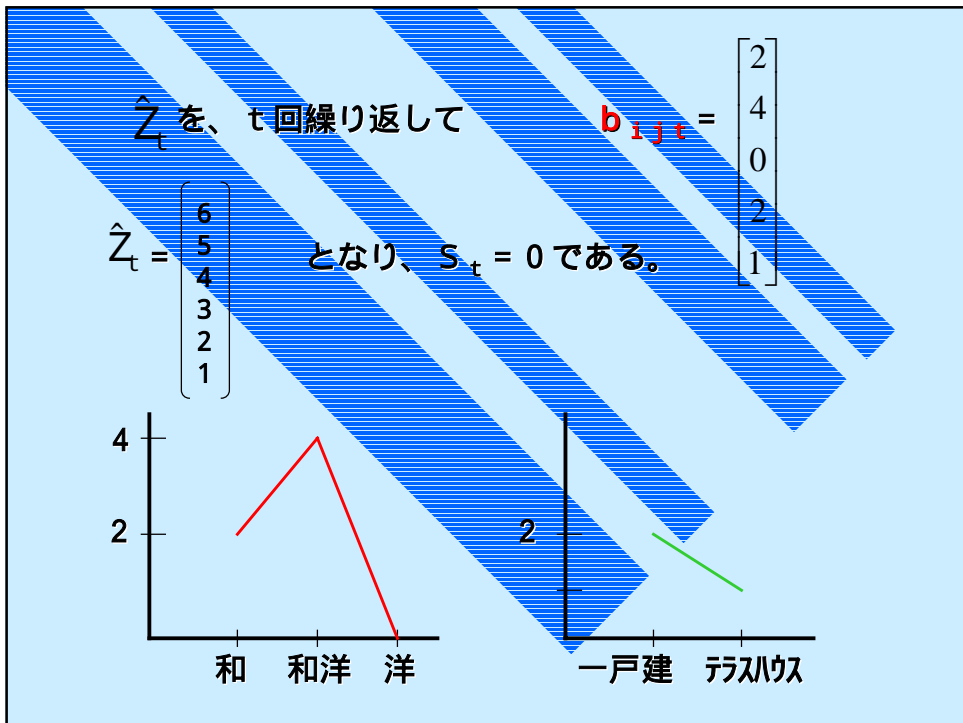
$$\hat{z}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4.0 \\ 10.8 \\ -2.8 \\ 10.7 \\ 0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21.5 \\ 11.1 \\ 14.7 \\ 4.3 \\ 7.9 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\hat{z}}_1 = \{21.5 + 11.1 + 14.7 + 4.3 + 7.9 + (-2.5)\} / 6 = 9.5$$

$$V = (6 - 21.5)^2 + (5 - 11.1)^2 + (4 - 14.7)^2 + (3 - 4.3)^2 + (2 - 7.9)^2 + (1 + 2.5)^2 = 440.7$$

$$W = (21.5 - 9.5)^2 + (11.1 - 9.5)^2 + (14.7 - 9.5)^2 + (4.3 - 9.5)^2 + (7.9 - 9.5)^2 + (-2 - 9.5)^2 = 247.2$$

$$S_0 = \sqrt{\frac{440.7}{247.2}} = 1.335$$



3 . 部分効用値の評価について

3 . 1 部分効用値の妥当性と再現性の問題について

[11][12][13][14].

表 2 では、六つの不動産物件の好みの評価は $A > B > C > D > E > F$ の順であった。

< 数値例 1 > として b_{11} b_{12} b_{13} b_{21} b_{22} の
部分効用 1 5 -3 4 0 なら

A , B , C , D , E , F Stress値 = 0
全体効用 9 5 5 1 1 -3 となり順序は一致。

属性「建築デザイン」と「住居形態」の評価への寄与度合いは

・「建築デザイン」は $b_{12} - b_{13} = 5 - (-3) = 8$

・「住居形態」は $b_{21} - b_{22} = 4 - 0 = 4$ で、

「建築デザイン」の評価への寄与は「住居形態」の 2 倍となる。

<数値例2> として	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{21}	b_{22}	の
部分効用	-4	-2	-6	8	7	
	-2	0	-4	6	5	
	0	2	-2	4	3	
	0	4	0	2	1	
	:	:	:	:	:	なら

部分効用値が無数にあり、再現性はないが、

A, B, C, D, E, F Stress値 = 0
 全体効用 6 5 4 3 2 1 となり順と評価が一致。

属性「建築デザイン」と「住居形態」の評価への寄与度合いは

- ・「建築デザイン」は $b_{12} - b_{13} = -2 - (-6) = 4$
- ・「住居形態」は $b_{21} - b_{22} = 8 - 7 = 1$

「建築デザイン」の評価への寄与は「住居形態」の4倍となる。



さて数値例1、2の場合、いずれの結果が妥当なのか。

3.2 問題を解決する方法

・最小二乗法と単調変換を併用する。

$$G = (Z - \hat{Z})^T (Z - \hat{Z}) = 0 \quad (7)$$

D行列を林の数量化の方法[15]で行なう処理と同様にrank落ちの無いD*行列にする。m個の対象があり属性の数がp, 各属性の持つ水準数が l_i ($i = 1, 2, \dots, p$)となる属性から構成されているとすると、

$$K = l_1 + l_2 + \dots + l_p - p \quad (8)$$

となり、D*は $m \times K$ の行列になる。 $\hat{Z} = D^* \mathbf{b}$ だから(7)式は(9)式となる。

$$G = (Z - D^* \mathbf{b})^T (Z - D^* \mathbf{b}) \quad (9)$$

Gをbで偏微分すると(10)式となる。

$$G / \mathbf{b} = -2 D^{*T} Z + 2 D^{*T} D^* \mathbf{b} = 0 \quad (10)$$

これより最初の部分効用値bを(11)式より求める。

$$\mathbf{b} = (D^{*T} D^*)^{-1} D^{*T} Z \quad (11)$$

次にこのb値を用いて $\hat{Z} = D^* \mathbf{b}$ より \hat{z} を計算する。もしZと \hat{z} の順序関係が一致していたのなら、このb値を求める部分効用値とする。もしZと \hat{z} の順序関係が一致しないのなら、Zと \hat{z} の順序関係が一致するように \hat{z} を単調変換を行ない \hat{z} を Z_1 と置く。この単調変換後の Z_1 を用いて再び(11)式より部分効用値 b_1 を求める。この b_1 がZと \hat{z} の順序関係を充たす最適解となる。

最初の b 値で Z と \hat{Z} の順序関係が一致しない場合、 Z と \hat{Z} の順序関係が一致するように \hat{Z} を単調変換を行ない \hat{Z} を Z_1 としたときに、最も Z と Z_1 との順序関係が充たされる。

幾つかの数値例にて確かめてみたが、 Z_1 後も順序関係が充たされない場合には、逐次、この単調変換の操作を繰り返し最適な b 値を探すことは可能であるが、この繰り返し数が多くなる程、部分効用値 b は 0 ベクトルに近づく。

次に、対象（事例では不動産物件）が持つ同じ属性内の部分効用値の合計が 0 になるように部分効用値 b を平行移動して得点変換すると、常に各属性と全体効用値 Z との相関係数が求められる。その相関係数による相関行列の逆行列から、全体効用値に対する各属性の寄与度として偏相関係数を導くことができる。

従って、偏相関係数 について

$$H_0 : = 0 \quad (12)$$

の帰無仮設の検定を行なうことができる。

表3 表2の数値データから新しい方法による結果

	属性1			属性2		
部分効用の値	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{21}	b_{22}	
	0	2	-2	0.5	-0.5	
属性内のレンジ	2.0 - (-2.0) = 4.0			0.5 - (-0.5) = 1.0		
偏相関係数	0.956			0.293		
	定数 = 3.5					
Z と Z_1 の一致性	スピアマンの順位相関係数 1.000					
物件	A	B	C	D	E	F
データ Z の値	6	5	4	3	2	1
予測値 Z_1 の値	6	5	4	3	2	1
						Stress 値 = 0.000

4. 方法効果の確認 - O Lのビール嗜好評価事例

表. 4 O Lの地ビール評価 - (a) MONANOVAと(b)新方法との結果比較

製造属性			若いOL の評価	(a)	(b)
1 麦芽の タイプ	2 泡の キメ	3 ホップの 苦味		MONANOVA	新方法
1 ドイツ産	1 細かい	1 やや甘め	1	1	1
		2 普通	6	3	3
		3 やや苦め	2	4	4
	2 粗い	1 やや甘め	4	2	2
		2 普通	3	5	5
		3 やや苦め	9	8	7
2 アメリカ産	1 細かい	1 やや甘め	-	-	-
		2 普通	10	7	8
		3 やや苦め	8	9	9
	2 粗い	1 やや甘め	5	6	6
		2 普通	7	10	10
		3 やや苦め	11	11	11

(a) MONANOVAの結果

属性 1	部分効用
1. ドイツ産	- 0.156
2. アメリカ産	- 1.531

属性 2	部分効用
1. 細かい	0.925
2. 粗い	- 0.003

属性 3	部分効用
1. やや甘め	1.541
2. 普通	0.202
3. 不足	- 0.361

定数 6.000

Zとの順位相関係数 0.809

(b) 新しい方法の結果

属性 1	部分効用	偏相関係数
1. ドイツ産	1.174	
2. アメリカ産	- 1.409	0.830

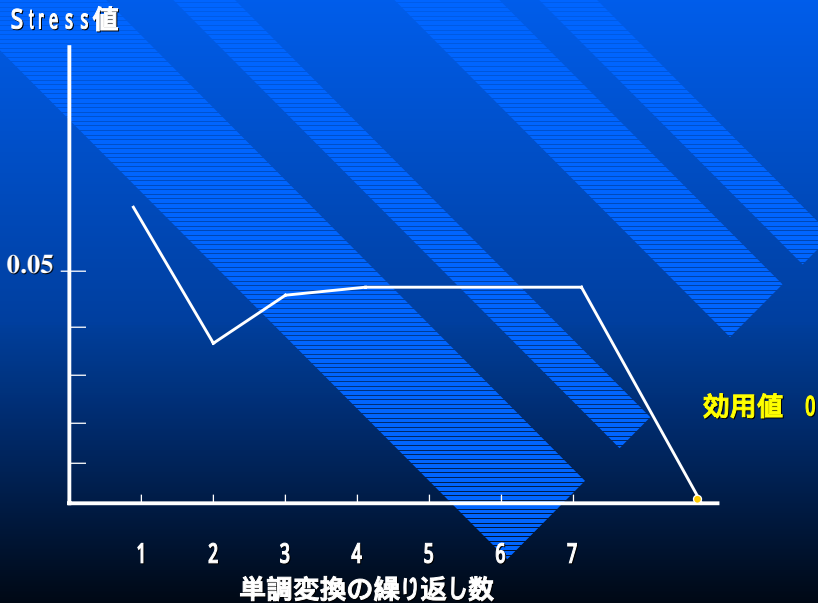
属性 2	部分効用	偏相関係数
1. 細かい	0.767	
2. 粗い	- 0.637	0.628

属性 3	部分効用	偏相関係数
1. やや甘め	2.239	
2. 普通	- 0.249	
3. やや苦め	- 1.430	0.859

定数 6.000

Zとの順位相関係数 0.818

単調変換の繰り返し効果について



5 . まとめ

- ・ MONANOVAの部分効用値の再現性について、数量化の方法による回帰の手続きと単調変換を併用して改善し、その方法の妥当性をOLのビールの嗜好結果から、評価した。
- ・ 各属性の寄与を偏相関係数と導き、従来、部分効用値の評価はレンジや分散による単なる相対比較であったが、統計的な性質を持たせることで検定が可能となった。

6. その他の話題について

6.1 Dinkelbachの分数二次計画法で一発解法

$$S^2(\mathbf{b}) = (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})^T (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) / (\hat{\mathbf{z}} - \bar{\mathbf{z}})^T (\hat{\mathbf{z}} - \bar{\mathbf{z}}) \quad (13)$$

ここに $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{C} = \mathbf{D} \mathbf{b}$.

Stressは単調関数への不適合を示すが、この $S^2(\mathbf{b})$ は順序差を間隔尺度の距離差と見做して、 $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{C}$ の条件下でこの距離差を最小にする \mathbf{b} を導くための適合基準であり、この $S^2(\mathbf{b})$ を分数二次計画の $S^2(\mathbf{b})$ の適合度基準と呼ぶ。次に(14)式のような $Z(\cdot)$ を考える。

$$\begin{aligned} Z(\cdot) &= (\mathbf{D} \mathbf{b} - \mathbf{Z})^T (\mathbf{D} \mathbf{b} - \mathbf{Z}) - (\mathbf{D} \mathbf{b} - \mathbf{C})^T (\mathbf{D} \mathbf{b} - \mathbf{C}) \\ &= (1 - \alpha) \mathbf{b}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{b} - 2 \mathbf{b}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Z} + 2 \mathbf{b}^T \mathbf{D}^T \mathbf{C} + \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} - \mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad (14) \end{aligned}$$

ここに α は0 から1のパラメーターである。

定理1 [16][17]

$$\begin{aligned} Z^* &= \min_{\mathbf{b}} \{ Z(\cdot) \mid \mathbf{b} \} \quad \text{とすると} \quad \mathbf{b}^* = \mathbf{b}^* \text{の時} \\ Z^* &= 0 \quad \mathbf{b}^* = \min_{\mathbf{b}} \{ S^2(\mathbf{b}) \mid \mathbf{b} \} \end{aligned}$$

即ち \mathbf{b} における $Z(\cdot)$ の最小値を Z^* と置く。 $Z^* = 0$ となる \mathbf{b} が \mathbf{b}^* になったとすると、 \mathbf{b}^* は \mathbf{b} における $S^2(\mathbf{b})$ の最小値となる。

$0 < \alpha < 1$ だから、 $Z(\cdot)$ は \mathbf{b} の凸関数となる。従って、 $Z(\cdot)$ を最小にする \mathbf{b} は

$$\begin{aligned} Z(\cdot) / \mathbf{b} &= 2(1 - \alpha) \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{b} - 2 \mathbf{D}^T \mathbf{Z} + 2 \mathbf{D}^T \mathbf{C} = 0 \\ (1 - \alpha) \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{b} + \mathbf{D}^T \mathbf{C} &= \mathbf{D}^T \mathbf{Z} \quad (15) \end{aligned}$$

を充たす。そこで(15)式より \mathbf{b} を \mathbf{b} の式で表し \mathbf{b} と記号をつける。(15)式を充たす \mathbf{b} を(14)の $Z(\cdot)$ に代入すると

$$Z = - \mathbf{b}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Z} + \mathbf{b}^T \mathbf{D}^T \mathbf{C} + \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} - \mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad (16)$$

となる。 $Z^* = 0$ となる \mathbf{b}^* を求め、それが \mathbf{b}^* となると、それを \mathbf{b} の \mathbf{b} に代入する。即ち、求めたい部分効用値 \mathbf{b}^* は定理1から、(15)式と(16)式の解から導ける。

具体的数値例

表2の数値例から

$$D = \begin{bmatrix} 01010 \\ 01001 \\ 10010 \\ 10001 \\ 00110 \\ 00101 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{13} \\ b_{21} \\ b_{22} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_0 \\ C_0 \\ C_0 \\ C_0 \\ C_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

(15)式から、 b を計算すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= b_{13} + 2/(1 - \lambda) & , & & b_{12} &= b_{13} + 4/(1 - \lambda) \\ b_{21} &= 7/2 - b_{13} - 3/(2(1 - \lambda)) & , & & b_{22} &= 7/2 - b_{13} - 5/(2(1 - \lambda)) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

そこで b を $Z(\lambda)$ に代入して Z を導くと

$$Z = 35/2 - 35/(2(1 - \lambda)) \quad (20)$$

となる。ここで $Z = 0$ なる λ を求めると $\lambda^* = 0$ となる。これを(19)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \text{求める部分効用値 } b^* & \text{は } b^*_{11} = b^*_{13} + 2, b^*_{12} = b^*_{13} + 4, b^*_{21} = 2 - b^*_{13}, \\ b^*_{22} &= 1 - b^*_{13} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

となり、 b^* はパラメータ b^*_{13} の不定解となる。ここで、部分効用値の和が0になるような条件を付与すると、効用値 b の値を決めることができる。

次に、 $\lambda^* = 0$ の場合を示す。表2の物件A, Bの選好順序を逆転させた例を考えて、部分効用値を導く。前述の新しい方法による結果は表5のようになる。この場合は、 Z と Z の順序関係は一致しないので、

$Z_{1A} = Z_{1B} = (Z_A + Z_B)/2 = (5.667 + 5.333)/2 = 5.500$ と単調変換を行ない Z_1 を求める。 Z_1 より効用値 b_1 は $b_1 = (D^* T D^*)^{-1} D^* T Z_1$ から導かれる。その結果が表5の b 値である。

また、このケースを、分数二次計画法の(15)式から b を求めると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= b_{13} + 2/(1 - \lambda) & , & & b_{12} &= b_{13} + 4/(1 - \lambda) \\ b_{21} &= 7/2 - b_{13} - 11/(6(1 - \lambda)) & , & & b_{22} &= 7/2 - b_{13} - 13/(6(1 - \lambda)) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

この b を $Z(\lambda)$ に代入すると

$$Z = 35/2 - 97/(6(1 - \lambda)) \quad (23)$$

を得る。ここで $Z = 0$ となる λ は

$$\lambda^* = 8/105$$

この値を(22)式に代入すると、求める部分効用値 b^* が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} b^*_{11} &= b^*_{13} + 2.165, & b^*_{12} &= b^*_{13} + 4.330, \\ b^*_{21} &= 1.515 - b^*_{13}, & b^*_{22} &= 1.155 - b^*_{13} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

属性が持つ部分効用値の和を0とするような条件を付与すると、部分効用値 b の値が表6のように導ける。

表5 * 0の数値データ例から新しい方法による結果

	属性1			属性2		
部分効用の値	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{21}	b_{22}	
	0	2	-2	0.111	-0.111	
属性内のレンジ	$ 2.0 - (-2.0) = 4.0$			$ 0.111 - (-0.111) = 0.222$		
偏相関係数	0.999			0.316		
定数 = 3.5						
ZとZ _i の一致性	スピアマンの順位相関係数 0.943					
物件	A	B	C	D	E	F
データ Z の値	5.000	6.000	4.000	3.000	2.000	1.000
予測値 Z _i の値	5.667	5.333	3.667	3.333	1.667	1.333
データ Z _i の値	5.500	5.000	3.667	3.333	1.667	1.333
予測値 Z _i の値	5.611	5.389	3.611	3.389	1.611	1.389
	S ² 値 = 0.083					

表6 * 0の数値データ例から分数二次計画法による結果

	属性1			属性2		
部分効用の値	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{21}	b_{22}	
	0.00	2.16	-2.16	0.18	-0.18	
属性内のレンジ	$ 2.0 - (-2.0) = 4.0$			$ 0.111 - (-0.111) = 0.222$		
偏相関係数	0.999			0.316		
定数 = 3.5						
ZとZ _i の一致性	スピアマンの順位相関係数 0.943					
物件	A	B	C	D	E	F
データ Z の値	5.000	6.000	4.000	3.000	2.000	1.000
予測値 Z _i の値	5.840	5.480	3.680	3.320	1.520	1.160
	S ² 値 = 0.076					

6.2 属性数と水準数の組合せを工夫

直交配列表の使い方を考える

2水準の属性数	3水準属性数	4水準属性数	直交表の型
1以下	2以下	—	L ₆ (2 & 3 ³)型
3以下	1以下	—	L ₆ (2 & 3 ⁴)型
2以下	3以下	—	L ₁₂ (2 & 3 ⁵)型
1以下	7以下	—	L ₁₈ (2 & 3 ⁶)型
5以下	—	1	L ₈ (2 & 4 ⁶)型
1以下	—	2	L ₁₆ (2 & 4 ³)型
1以下	1以下	1以下	L ₁₂ (2 & 3 & 4 ³)型
6	1	2	アデルマン表

アデルマンの汎用性ある直交配列表 $4^2 \times 3 \times 2^6 = 3072$

		属性 (イ)					属性 (ロ)															
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
							(イ)1			(イ)2			(イ)3			(イ)4			(イ)5			
アデルマン	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	2	2	3	4	1	1	1	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1
	3	1	3	3	4	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	2	1	1	2	2	2
	4	1	4	4	2	3	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2
	5	2	1	2	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2
	6	2	2	1	4	3	1	2	2	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2
	7	2	3	4	3	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1
	8	2	4	3	1	4	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	1
	9	3	1	3	3	3	2	1	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
	10	3	2	4	1	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2
	11	3	3	1	2	4	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1
	12	3	4	2	4	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1
	13	4	1	4	4	4	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1
	14	4	2	3	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	1	1	1	1
	15	4	3	2	1	3	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2
	16	4	4	1	3	2	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2

6.3 ノンメトリックな方法は頑強である

麦芽のタイプ	泡のキメ	ホップの苦味	OL 評価	解析結果	OL 推定	欠値に1	欠値に4	欠値に6	欠値に8	欠値に10	欠値に12
ドイツ産	細かい	甘め	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		普通	6	3	6	4	3	3	3	3	3
		苦め	2	4	2	6	5	6	6	5	5
	粗い	甘め	4	2	4	2	2	2	2	2	2
		普通	3	5	3	7	6	5	4	4	4
		苦め	9	8	10	9	8	8	8	6	6
米国産	細かい	甘め	—	—	(7)	3	4	4	5	7	7
		普通	10	7	11	8	9	9	9	9	9
		苦め	8	9	9	10	10	10	11	11	11
	粗い	甘め	5	6	5	5	7	7	7	8	8
		普通	7	10	8	11	11	11	10	10	10
		苦め	11	11	12	12	12	12	12	12	12

グリーンの評価結果の順位の一貫性を検定した。その結果
 Test Statistic of Concordance = 0.911
 自由度 11 において危険率 1% で順位が一致していないと
 はいえない結果となった。

適合度基準値の推移表 イテレーション 50 回

ケース	適合度基準値
欠測値のままの結果	0.0429
欠測値に 1 を入れる	0.0460
欠測値に 4 を入れる	0.0442
欠測値に 6 を入れる	0.0436
欠測値に 8 を入れる	0.0574
欠測値に 10 を入れる	0.0708
欠測値に 12 を入れる	0.0843

以上よりノンメトリックのコンジョイント解析は頑強である。

6.4 コンピュータソフトはいろいろある

表 8. コンジョイント解析のパソコンソフト一覧

ソフト名	アルゴリズム	販売先
SAS / STAT	Transreg [®] ロジックで単調 回帰。	SAS インスティテュート ジャパン
SPSS / Conjoint	最小 2 乗法	SPSS, Inc
StatWorks / MR 1	ダミー変数回帰	日本科学技術研修所
LOGMAP, CVA, ACA	RANKLOGIT 他	構造計画研究所
EXCEL/コンジョイント解析	TRADEOFF	ホロンクリエイト
ACA	Adaptive Conjoint Analysis	Sawtooth Software, Inc
Conjoint Designer	近似直交配列	Bretton-Clark

参考引用：朝野, 2000, 「入門多変量解析の実際 - 第 2 版」講談社より

参考文献)

- [1] P.E.Green and V.R.Rao (1971), Conjoint Measurement for Quantifying Judgment Data, *Journal of Marketing Research* ,**3** , 355-363.
- [2] H.Asano (1988) , Collection of marketing research techniques for developing new products, *Japan Management Association* .
- [3] H.Noguchi and T.Isogai (1991), Conjoint Analysis, Studies in the humanities and social science, XL, *Faculty of General Education* , Osaka University, 111-148.
- [4] R.M.Johnson (1973), Pairwise nonmetric multidimensional scaling, *Psychometrika* ,**38**, 11-18.
- [5] R.M.Johnson(1975), A simple method for pairwise monotone regression, *Psychometrika*, **40**, 163-168 .
- [6] J.B.Kruskal (1964), Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis , *Psychometrika* ,**29**, 1-28 .
- [7] J.B.Kruskal (1965), Analysis of factorial experiments by estimating monotone transformations of data, *Journal of the Royal Statistical Society*, **B. 27** , 251-263 .
- [8] P.E.Green et al(1978), Conjoint analysis in consumer research: Issue and outlook,*Journal of Consumer* , **5**, 103-123 .
- [9] V.Srinivasan (1973), Linear programming technique for multidimensional analysis of preferences, *Psychometrika* ,**38** , 337-369 .
- [10] Y.Takane et al (1980), An individual differences additive model: An alternating least squares method with optimal scaling features, *Psychometrika* ,**45**, 183-209 .
- [11] H.Asano (1982), A monte calro simulation of Conjoint Analysis: A empirical study on the recovery of structure, *NRC Marketing Bulletin* ,**3** , 89-97.
- [12] H.Katahira (1985), Constructing a perceptual map by rank order logit analysis: A more efficient method of nonmetric MDS , in K.Moller et al (eds), *Contemporary Research in Marketing, Proceeding of the 15th Annual Conference of the European Marketing Academy*, 791-808.
- [13] K.Ogawa (1986), An approach to simultaneous estimation and segmentation in Conjoint Analysis , *Marketing Science*, **6** , 66-81.
- [14] I.A.Van der Lans et al (1992), Constrained part worth estimation in Conjoint Analysis using the self-explicated utility model, *Int.J.Res.Marketing*, **9** , 325-344.
- [15] C.Hayashi (1968), One dimensional quantification and multidimensional quantification, *Annals of the Japan Association for Philosophy of Science*, **3**,115-120.
- [16] I.Ibaraki and H.Ishii et al(1976), Algorithms for quadratic fractional programming problems, *Journal of the Operation Research Society of Japan*, **19** , 228-244.
- [17] Dinkelbach (1967) On nonlinear fractional programming ,*Management Science*,**13**, 492-498.
- [18] **Hiroshu Noguchi & H.Ishii,(2000), Methods for determining the statistical part worth value of factors in conjoint analysis, *Mathematical and Computer Modelling*,PERGAMON, Elsevier Science Ltd. 31, 261-271.**