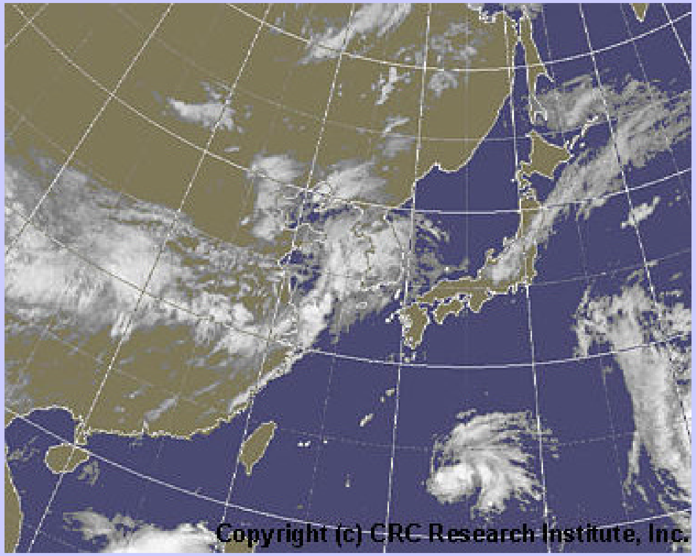
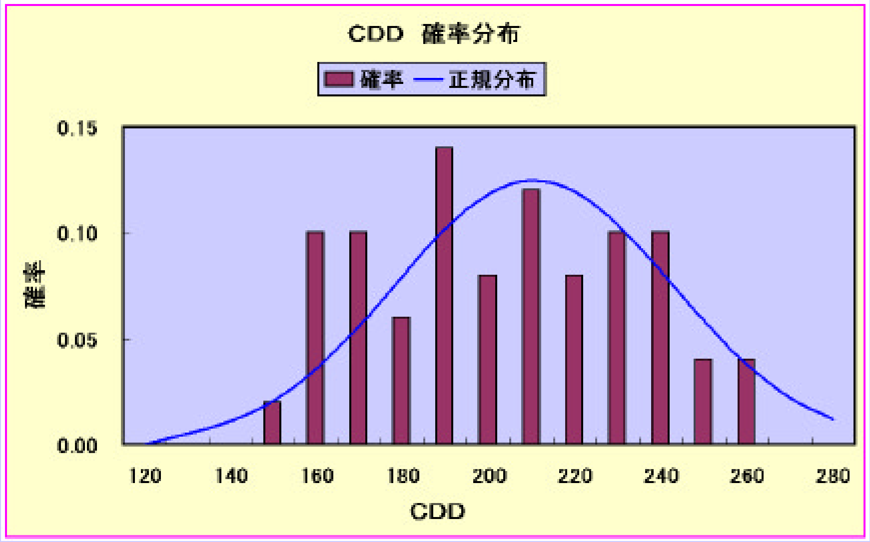
SAS/ETSソフトウェアを用いた天候デリバティブ価格評価

岸田則生　塩田雅之

㈱CRCソリューションズ

金融システム第1部





目的

- 天候デリバティブの一つである累積ＣＤＤプットオプション価格を４種のモデルにより算出しモデル間格差を調べ、デリバティブ価格の信頼性を明らかにする。
- 価格算出日の気温が累積ＣＤＤプットオプション価格に与える影響を明らかにする。
- 気温長期予報が累積ＣＤＤプットオプション価格に与える影響を明らかにする。

CRC SOLUTIONS

価格評価モデル

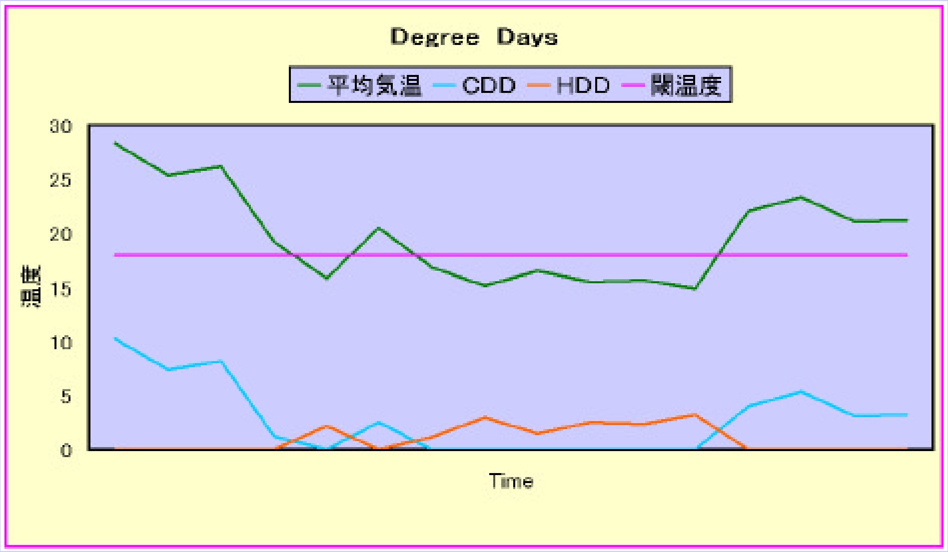
- Burn Analysisモデル
  - 累積CDD標本値の期待値から価格を算出する
- 確率分布適合モデル
  - 標本累積CDD値の分布に正規分布を当てはめ、解析式より価格を求める
- 確率微分方程式モデル
  - 気温の変動が平均回帰確率過程で記述されるとして、価格を近似解析式もしくはMonte Carlo法で求める
- 時系列モデル
  - 気温の変動が自己回帰モデルで記述されるとして、価格をMonte Carlo法で求める

累積CDD·HDD

- 気温指数の一種
- CDD: Cooling Degree Days
- HDD: Heating Degree Days
- 累積CDD·HDD
    - 一定期間の累積値

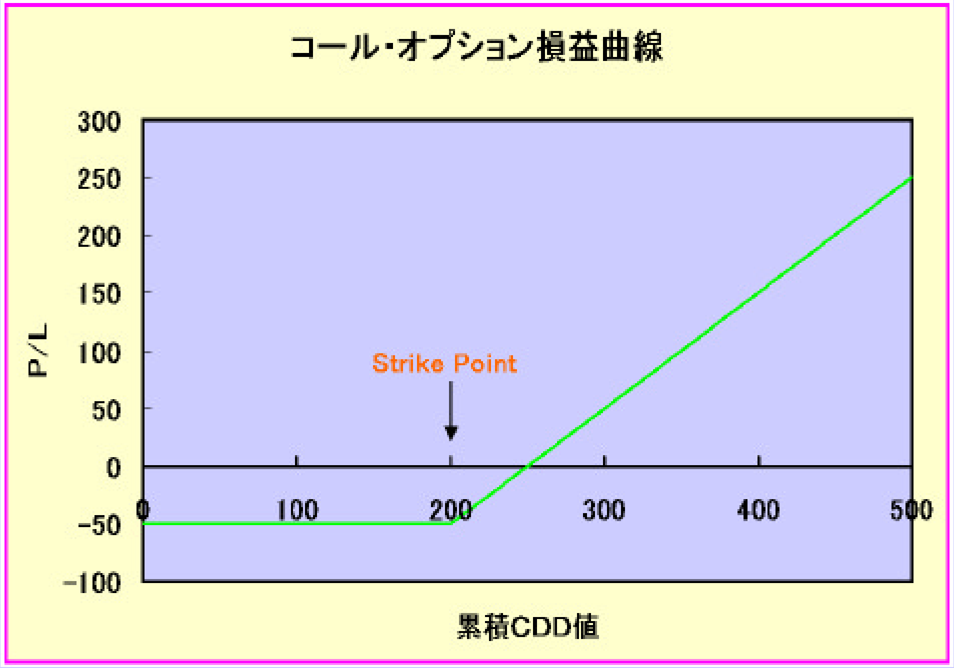
$$C_n = \sum_{i=1}^{n} CDD_i = \sum_{i=1}^{n} \max\{T_i - T_{th}, 0\}$$

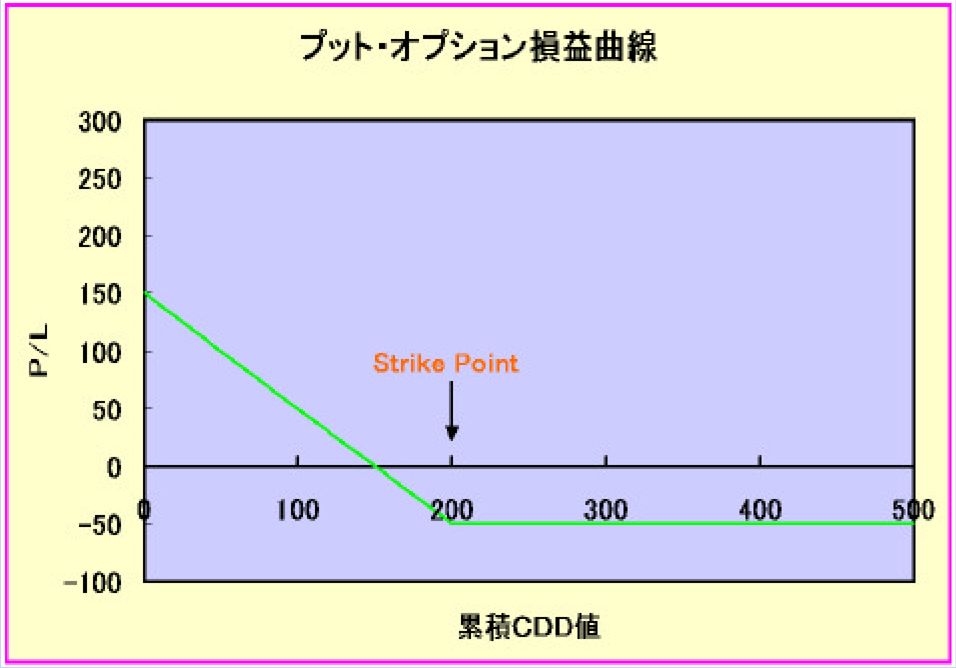
$$H_n = \sum_{i=1}^{n} HDD_i = \sum_{i=1}^{n} \max\{T_{th} - T_i, 0\}$$



気温指数オプション

- 累積CDDコール ･オプション
  - 猛暑補償タイプ
- 累積CDDプット･オプション
  - 冷夏補償タイプ





オプション価格計算モデル

- 累積CDD値一単位当たりのヨーロピアン・オプション価格の期待値割引モデル

$$C^{CDD}(t) = e^{-r(t_n - t)}\mathbf{E}[\max\{C_n - K, 0\}]$$

$$P^{CDD}(t) = e^{-r(t_n - t)}\mathbf{E}[\max\{K - C_n, 0\}]$$

気温変動の特徴

- 1年を周期とする季節変動があり、その変化は三角関数で良く近似できる。
- 地球温暖化や都市のヒートアイランド現象による、長期にわたる気温上昇トレンドが見られる。
- 日々の気温は長期間平均気温を中心とした確率変動をしている。
- 低温期の方が高温期より気温の日次変動が大きい。ただし、地域差が大きい。

気温予測モデル

- 平均回帰確率過程モデル

$$dT_t = \left\{ \frac{dT_t^m}{dt} + a(T_t^m - T_t) \right\} dt + \sigma_t dW_t$$

$$T_t^m = A + Bt + C \sin(\omega t + \varphi)$$

- 自己回帰時系列モデル

$$D_i = \sum_{k=1}^{n} a_k D_{i-k} + b_i \varepsilon_i$$

$$D_i = T_i - T_i^m$$

パラメーター推定法

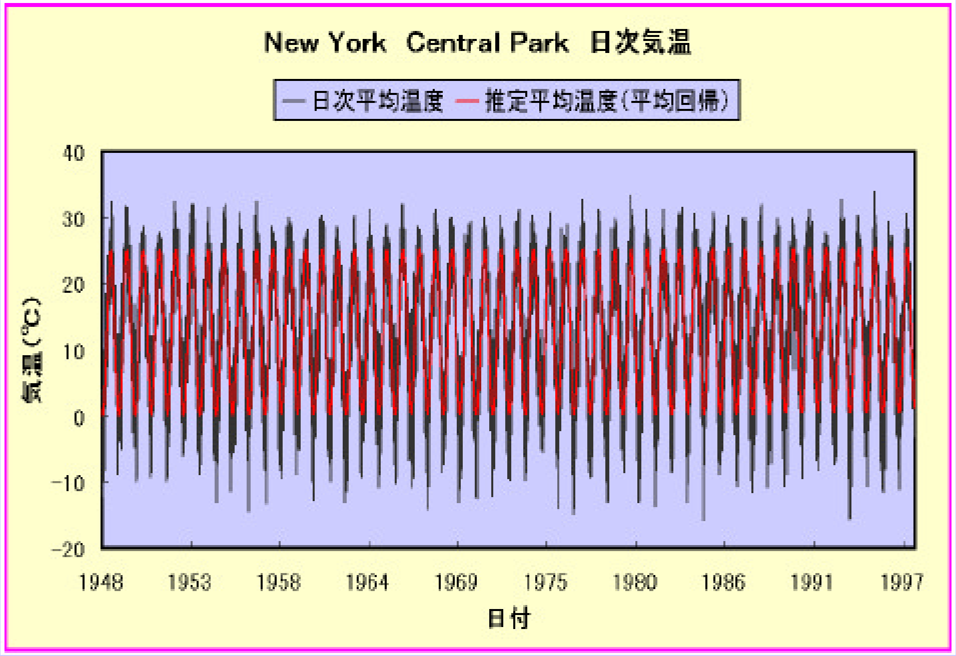
- 不均一分散モデル

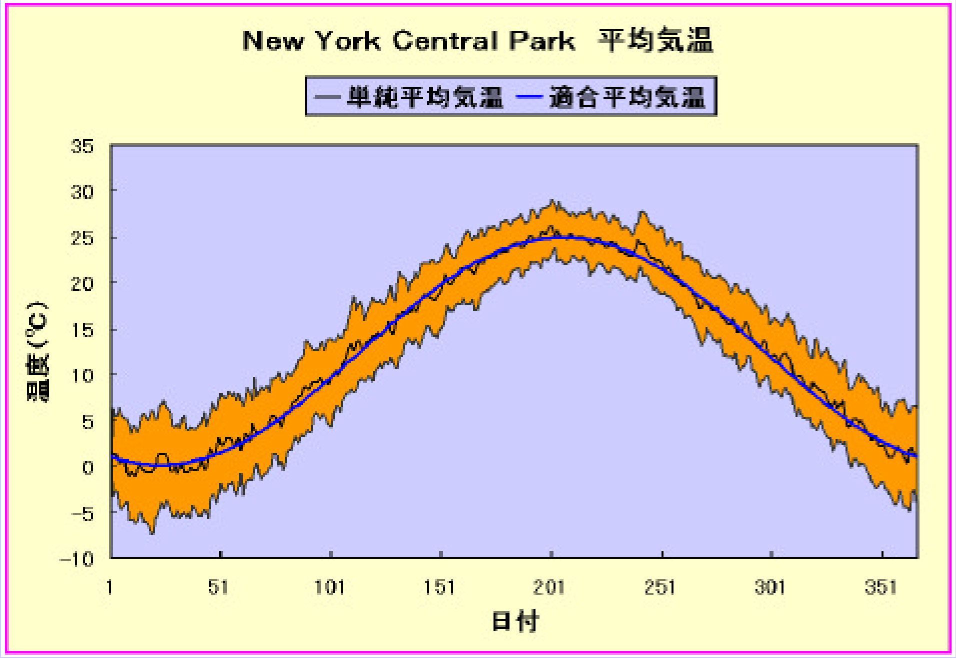
$$\sigma_t = \sigma_0 + \sigma_1 \left| \sin\left(\frac{\omega t}{2} + \varphi_\sigma\right) \right|$$

- SAS/ETS ソフトウェア
  - Full Information Maximum Likelihood Method
  - 圧倒的なプログラミング効率

気温データ

- 50年間平均気温
- 年間平均気温
  - 季節変動の三角関数近似は良い
  - 低温期の気温変動は大きい





オプション価格計算式

- 累積CDDが正規分布 ～ $N(\mu, \sigma)$

$$C^{CDD}(t) = e^{-r(t_n-t)}(\mu - K)\Phi\left(\frac{\mu - K}{\sigma}\right) + \sigma^2 f(K,\mu,\sigma)$$

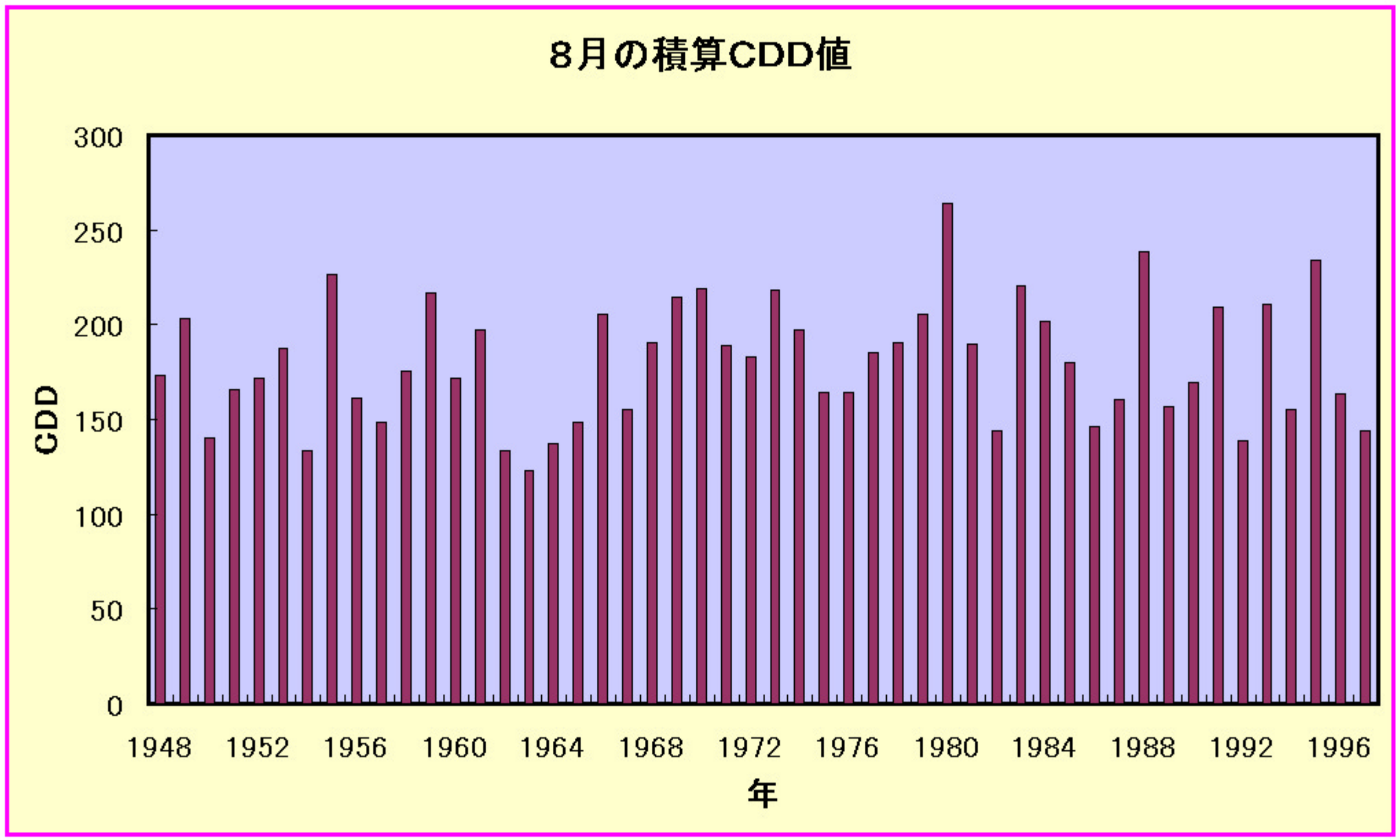
$$P^{CDD}(t) = e^{-r(t_n-t)}(K - \mu)\left[\Phi\left(\frac{K-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)\right] + \sigma^2\left[f(K,\mu,\sigma) - f(0,\mu,\sigma)\right]$$

$$f(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left\{-\frac{s^2}{2}\right\}ds$$

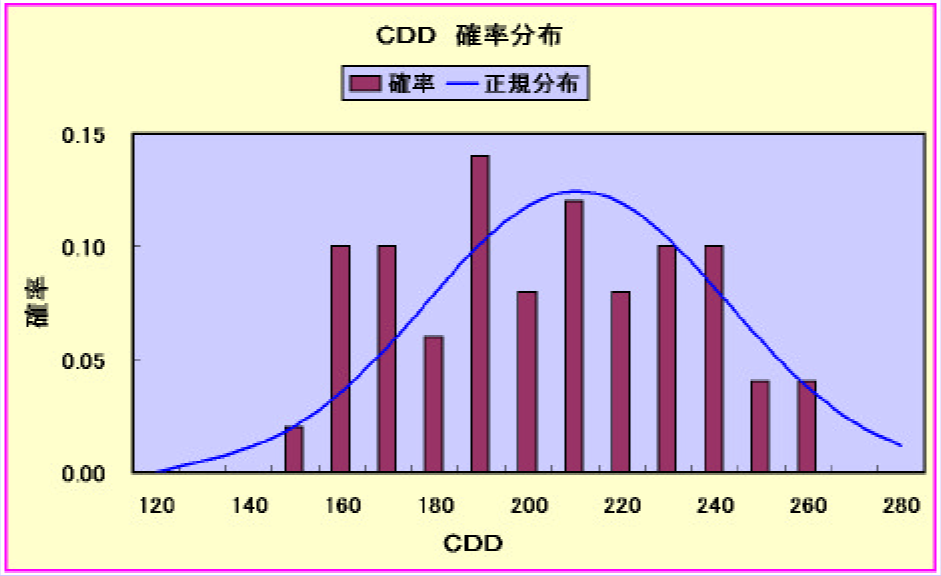
CDD分布 :累積期間 8月 1ヶ月間

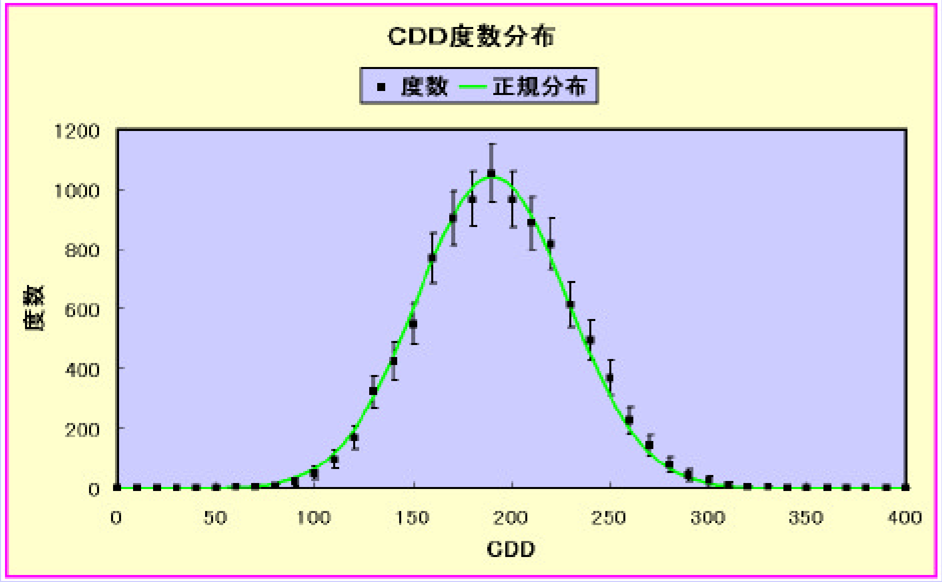
- CDD暦年変化 :50年分



CDD確率分布

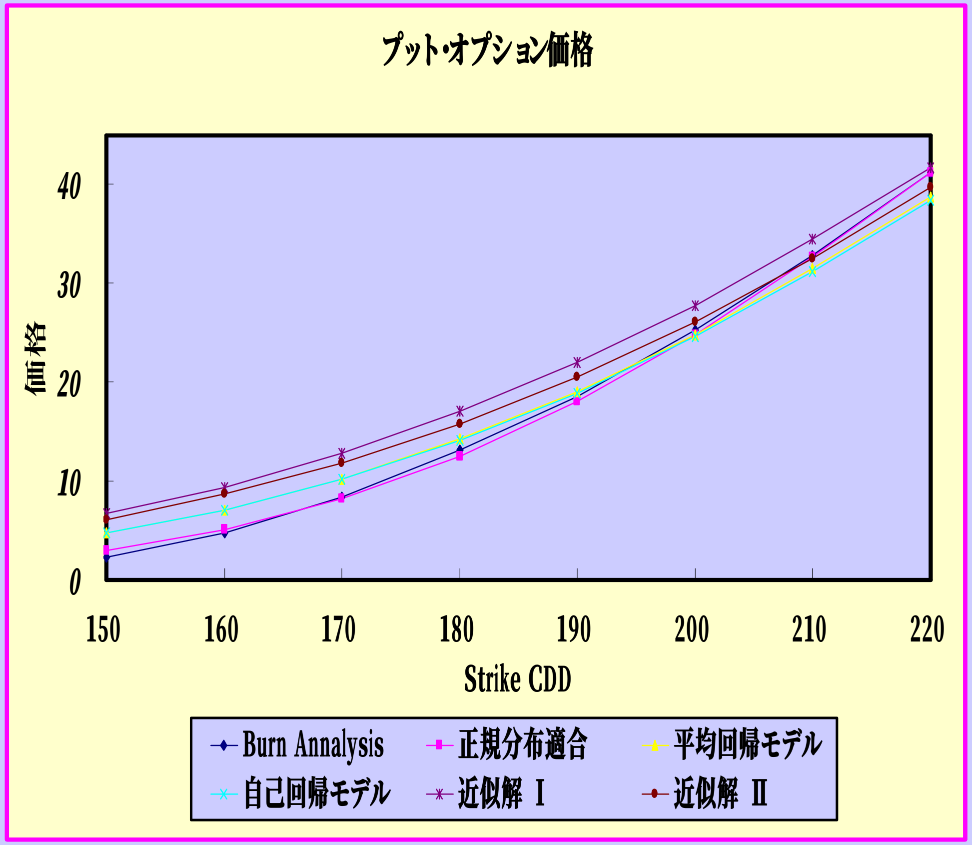
- 過去データ
  - 50年
- 平均回帰モデル
  - Monte Carlo法
  - 1万ヒストリー

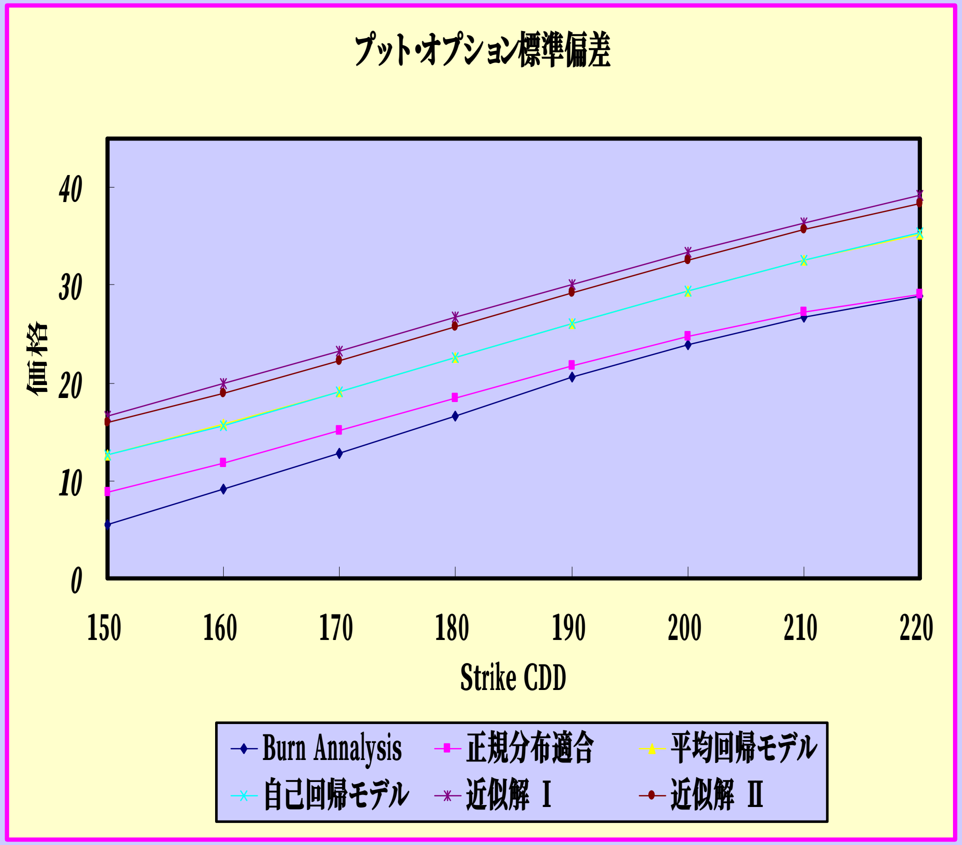




	過去データ	平均回帰モデル	自己回帰モデル	近似解 I	近似解 II
平均	180.47	187.87	188.17	184.96	187.65
標準偏差	31.98	45.14	45.06	48.64	—

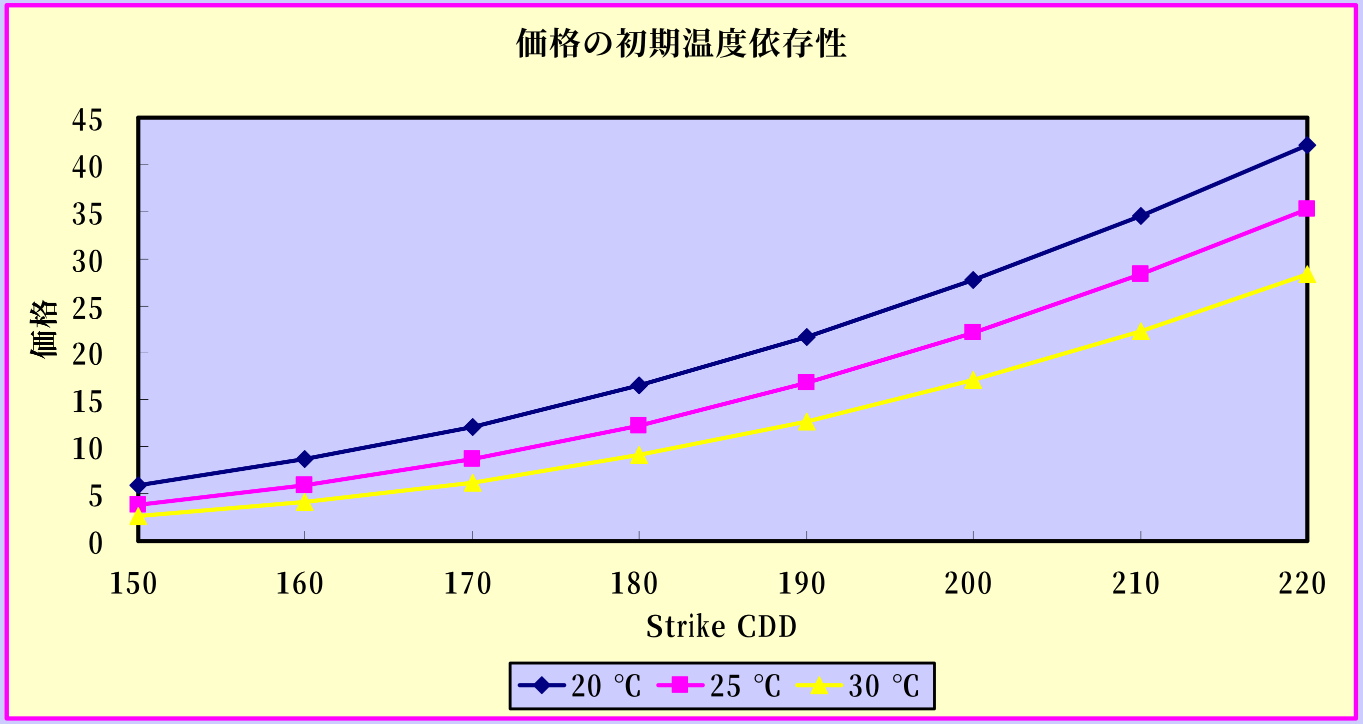
1CDD当たりの価格と標準偏差





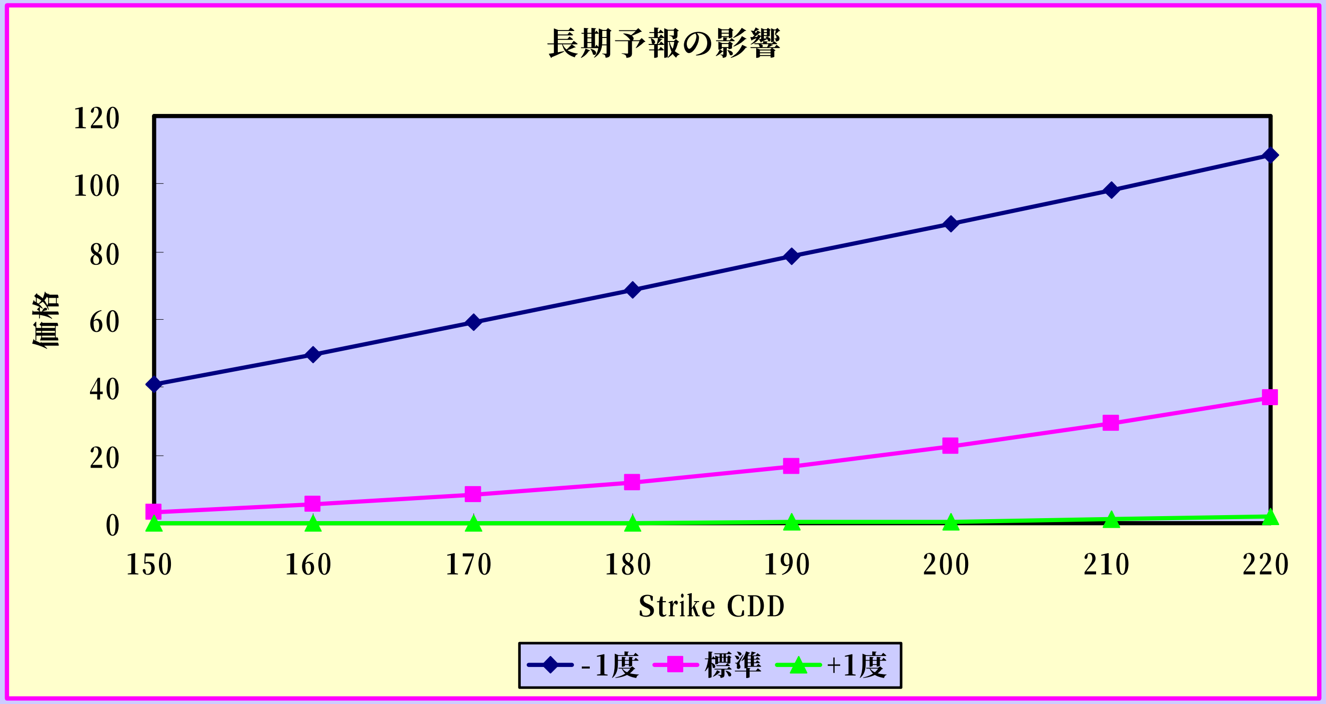
初期温度依存性（自己回帰モデル）

Strike CDD	150	160	170	180	190	200	210	220
20 ℃	5.91	8.63	12.15	16.50	21.67	27.68	34.51	42.06
25 ℃	3.85	5.93	8.71	12.30	16.79	22.15	28.34	35.31
30 ℃	2.60	4.12	6.25	9.09	12.67	17.06	22.28	28.32



長期予報の影響（平均回帰モデル）

Strike CDD	150	160	170	180	190	200	210	220
-1度	40.89	49.81	59.12	68.72	78.50	88.38	98.33	108.30
標準	3.36	5.41	8.25	12.03	16.84	22.66	29.39	36.97
+1度	0.02	0.03	0.07	0.14	0.29	0.57	1.04	1.83



まとめ

- 過去データのみを使用する価格評価法と気温予測モデルを使用する価格評価法との間には無視し得ない価格差がある。
- 気温予測モデルを使用する価格評価法では初期温度の影響がかなり大きい。
- 長期予報の使用は価格に極めて大きな影響を与える。
- SASソフトウェアの利用はプログラム開発効率を大幅にアップする。

御照会先

CRCソリューションズ 金融システム事業部
金融システム第1部 岸田則生
TEL：03−5634−5693
Email：nkishida@crc.co.jp